



**INSTITUTO FEDERAL**  
Amazonas

**MNPEF** Mestrado Nacional  
Profissional em  
Ensino de Física



SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS/INSTITUTO FEDERAL DO AMAZONAS

MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA POLO 04

# O Ensino da Física Moderna na Relatividade Usando o GPS como Ferramenta Didática

Cristian Maria Costa de Souza

Manaus - AM

Outubro de 2024

**Biblioteca do IFAM – Campus Manaus Centro**

---

S729e Souza, Cristian Maria Costa de.  
O ensino da física moderna na relatividade usando o GPS  
como ferramenta didática / Cristian Maria Costa de Souza. – Manaus,  
2024.  
81 p. : il. color.

Dissertação (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física). –  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas,  
*Campus* Manaus Centro; Universidade Federal do Amazonas, 2024.  
Orientador: Prof. Dr. Octavio Daniel Rodriguez Salmon.

1. Física – ensino. 2. Física moderna. 3. GPS. 4. Sequência didática. I.  
Salmon, Octavio Daniel Rodriguez. (Orient.) II. Instituto Federal de  
Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas. III. Universidade Federal  
do Amazonas. IV. Título.

CDD 530



## Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física - Polo 4

### Ata da 73ª Defesa de Dissertação

Aos trinta e um dias do mês de outubro, do ano de dois mil e vinte e quatro, às 10h00, por webconferência, ocorreu a Defesa da Dissertação da mestranda **Cristian Maria Costa de Souza**, intitulada: “**O ENSINO DE FÍSICA MODERNA NA RELATIVIDADE USANDO O GPS COMO FERRAMENTA DIDÁTICA**”, do Curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, polo 4 das Instituições de Ensino Superior: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas (IFAM) e Universidade Federal do Amazonas (UFAM). A Banca Examinadora foi composta pelo Prof. Dr. Octavio Daniel Rodriguez Salmon (UFAM), Prof. Dr. Ijanílio Araújo (UFRR) e Prof. Dr. Denilson da Silva Borges (UFAM). O Professor Doutor Octavio Daniel Rodriguez Salmon, Presidente, deu início aos trabalhos, convidando os membros a comporem a Banca Examinadora. O Presidente fez a leitura dos procedimentos para defesa de dissertação, e convocou a mestranda para fazer a exposição de seu trabalho que, em seguida, foi arguido pelos membros da Banca Examinadora. Após a arguição, a Banca Examinadora reuniu-se privativamente e decidiu pela aprovação do trabalho. Ao final, os presentes foram chamados para tomarem conhecimento do resultado da avaliação, o Presidente da banca comunicou a interessada que feitas às devidas correções na dissertação, conforme sugestão da banca Examinadora, a discente é obrigada a entregar, na secretaria do polo 4, até sessenta (60) dias após a data da defesa, uma (01) via impressa e encadernada no formato capa dura, e uma via(01) digital em formato PDF, para os trâmites necessários à concessão do diploma, conforme Resolução N°.47 – CONSUP/IFAM de 13 de julho de 2015. Nada mais havendo a tratar, foi lavrado a presente Ata que, após lida e aprovada, será assinada pelos presentes.

---

Prof. Dr. Octavio Daniel Rodriguez Salmon  
Presidente - UFAM

---

Prof. Dr. Ijanílio Araújo  
Membro Externo – UFRR

---

Prof. Dr. Denilson da Silva Borges  
Membro Interno – UFAM

Cristian Maria Costa de Souza

# O Ensino da Física Moderna na Relatividade Usando o GPS como Ferramenta Didática

Dissertação apresentada ao Polo 04 do Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física da Universidade Federal do Amazonas/Instituto Federal do Amazonas como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física. Área de concentração: Física Moderna.

Orientador

Prof. Dr. Octavio Daniel Rodriguez Salmon

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS/INSTITUTO FEDERAL DO AMAZONAS

Manaus - AM

Outubro de 2024

*Dedico este trabalho... Ao meu esposo Chagas Araujo por sua ajuda e apoio, você foi muito importante para mim, e nunca vou esquecer tudo que você fez por mim. Chagas Araujo, Deus precisou de você em algum lugar no infinito.*

# Agradecimentos

Deus hoje te agradeço por esta vitória, pois sem a tua ajuda e o teu apoio jamais eu teria chegado até aqui na produção da Dissertação.

Deus te agradeço por ter estado sempre ao meu lado, pois enfrentei muitos obstáculos, te agradeço por proteger a minha vida e a do meu esposo toda vez que eu tinha que viajar 240 km na sexta-feira e voltar no sábado para a vila de Novo Remanso.

Aos professores Roberto Viana, Ricardo Sousa, Wanderley Filho, Rita de Cassia, Octavio Salmon, Denílson Borges, Antônio Gil e Wagner Antônio ao longo do curso e o coordenador do curso professor Igor Padilha que sempre ajudou quando precisei.

Agradecer ao meu esposo Chagas Araújo pela paciência e ajuda, que era o meu motorista. Dirigia o nosso carro toda sexta-feira e, retornávamos no sábado para a vila de Novo Remanso.

Aos alunos que participaram desse trabalho, pelos momentos agradáveis e pela dedicação no desenvolvimento do produto educacional que é parte integrante dessa dissertação.

Agradecer aos meus colegas da turma do programa MNPEF, e em especial aos dois colegas, Hiran Jephson e Geisiele Barbosa que nos tornamos amigos que compartilhamos infinitos momentos as angustias, alegrias e aprendizados.

E agradecer ao presente curso que foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – código de financiamento 001.

Agradecer a CAPES, pelo apoio financeiro por conceder bolsa para o incentivo dos estudos.

*"O GPS (Global Positioning System) é uma tecnologia revolucionária que permite determinar nossa posição geográfica com extrema precisão. Utilizando um conjunto de satélites em órbita ao redor da Terra, o sistema é capaz de calcular coordenadas geográficas em tempo real. Essa tecnologia tem inúmeras aplicações, desde auxiliar na navegação por carros, aviões e embarcações até facilitar o planejamento de rotas e ajudar em operações de salvamento. Além disso, o GPS também é utilizado em smartphones, permitindo que sempre estejamos conectados e saibamos exatamente onde estamos. Sua importância é inegável, já que além de proporcionar segurança, otimiza tempo e recursos. Não é à toa que o GPS se tornou indispensável na vida cotidiana de milhões de pessoas ao redor do mundo. "*

Roronoa Zoro, One Piece

# O Ensino da Física Moderna na Relatividade Usando o GPS como Ferramenta Didática

Autor: Cristian Maria Costa de Souza

Orientador: Prof. Dr. Octavio Daniel Rodriguez Salmon

## Resumo

Esta dissertação tem como objetivo contribuir para o ensino da Física Moderna com o uso do GPS, por meio da criação, implementação e avaliação de uma sequência didática baseada na Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), utilizando como base a teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e o modelo proposto por Marco Antônio Moreira. A pesquisa foi realizada em quatro turmas, três turmas do segundo ano e uma do terceiro ano do Ensino Médio, na Escola Estadual Sérgio Mendonça de Aquino, localizada na zona rural da vila de Novo Remanso, no município de Itacoatiara-AM. O objetivo principal foi despertar o interesse dos alunos em compreender o funcionamento do GPS, uma tecnologia tão presente no cotidiano. Com o intuito de alcançar esse objetivo, utilizaram-se diversos recursos didáticos, como vídeos, questionários e atividades práticas, seguindo os passos recomendados pelo Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física (MNPEF). Ao longo da aplicação do produto educacional e na produção desta dissertação, constataram-se muitos momentos de aprendizado e, com isso, obteve-se o sucesso esperado. O interesse dos alunos em compreender como o GPS funciona foi despertado e eles puderam perceber a aplicabilidade dessa tecnologia em suas vidas diárias. Nesse contexto, a abordagem da Aprendizagem Significativa de Ausubel e o modelo proposto por Moreira mostraram-se extremamente eficazes no processo de ensino e aprendizagem, ao

promoverem a conexão dos conhecimentos prévios dos alunos com o conteúdo abordado, e relacionarem esse conteúdo com situações do cotidiano. A sequência didática, baseada na aprendizagem significativa permitiu uma abordagem mais contextualizada e significativa do tema, favorecendo a compreensão dos alunos e contribuindo para o seu engajamento no estudo da Física Moderna. A partir dos resultados obtidos, espera-se que este trabalho possa servir de referência e inspiração para outros educadores que desejem ensinar a Física Moderna com o GPS de forma mais efetiva, despertando o interesse e a curiosidade dos alunos, além de promover uma aprendizagem mais significativa.

*Palavras-chave:* GPS; Física Moderna; ensino de física; curiosidade.

# O Ensino da Física Moderna na Relatividade Usando o GPS como Ferramenta Didática

Autor: Cristian Maria Costa de Souza

Orientador: Prof. Dr. Octavio Daniel Rodriguez Salmon

## Abstract

This dissertation aims to contribute to the teaching of GPS in Modern Physics, through the creation, implementation and evaluation of a didactic sequence based on the Potentially Meaningful Teaching Unit (UEPS), using as a basis the theory of Meaningful Learning by David Ausubel and the model proposed by Marco Antônio Moreira. The research was carried out in four classes, three in the second year and one in the third year of the high school, at the Sérgio Mendonça de Aquino State School, located in the rural area of the village of Novo Remanso, in the municipality of Itacoatiara. The main objective was to awaken students' interest in understanding how GPS works, a technology so present in everyday life. In order to achieve this objective, various teaching resources were used, such as videos, questionnaires and practical activities, following the steps recommended by the National Professional Master's Degree in Physics Teaching (MNPEF). Throughout the application of the educational product and the production of this dissertation, many learning moments were found and, as a result, the expected success was achieved. The students' interest in understanding how GPS works was awakened and they were able to see the applicability of this technology in their daily lives. In this context, Ausubel's Meaningful Learning approach and the model proposed by Moreira proved to be extremely effective in the teaching and learning process, by promoting the connection of students'

prior knowledge with the content covered and relating this content to everyday situations. The didactic sequence based on meaningful learning allowed a more contextualized and meaningful approach to the topic, favoring students' understanding and contributing to their engagement in the study of Modern Physics. Based on the results obtained, it is hoped that this work can serve as a reference and inspiration for other educators who wish to teach GPS more effectively, arousing students' interest and curiosity, as well as promoting more meaningful learning.

*Keywords:* GPS; Modern physics; physics teaching; curiosity.

# Lista de figuras

Figura 1 – Figura obtida da referência (ZUCCONI, 2017) . . . . .	39
Figura 2 – Figura obtida da referência (ZUCCONI, 2017) . . . . .	40
Figura 3 – Figura obtida da referência (ZUCCONI, 2017) . . . . .	41
Figura 1 – Produção dos conhecimentos prévios na cartolina e apresentações - Turmas 2°01,2°02,2°03 e 3° 01 . Fonte: da autora 2024. . . . .	56
Figura 2 – exposição do conhecimento prévio em sala. Fonte: da autora 2024. . . . .	58
Figura 3 – Vídeos sobre o GPS em sala de aula. . . . .	63
Figura 4 – Aplicação do questionário . . . . .	64
Figura 5 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 1 do questionário de mapea- mento pelos alunos das Turmas 2° 01 ,2° 02,2° 03 e 3°01 . . . . .	66
Figura 6 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 2 do questionário de mapea- mento pelos alunos das Turmas 2° 01 ,2° 02,2° 03 e 3°01. . . . .	66
Figura 7 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 3 do questionário de mapea- mento pelos alunos das Turmas 2° 01 ,2° 02,2° 03 e 3°01 . . . . .	66
Figura 8 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 4 do questionário de mapea- mento pelos alunos das Turmas 2° 01 ,2° 02,2° 03 e 3°01 . . . . .	67
Figura 9 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 5 do questionário de mapea- mento pelos alunos das Turmas 2° 01 ,2° 02,2° 03 e 3°01. . . . .	67
Figura 10 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 6 do questionário de mapea- mento pelos alunos das Turmas 2° 01 ,2° 02,2° 03 e 3°01. . . . .	67
Figura 11 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 7 do questionário de mapea- mento pelos alunos das Turmas 2° 01 ,2° 02,2° 03 e 3°01. . . . .	68
Figura 12 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 8 do questionário de mapea- mento pelos alunos das Turmas 2° 01 ,2° 02,2° 03 e 3°01. . . . .	68
Figura 13 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 9 do questionário de mapea- mento pelos alunos das Turmas 2° 01 ,2° 02,2° 03 e 3°01. . . . .	68
Figura 14 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 10 do questionário de mapea- mento pelos alunos das Turmas 2° 01 ,2° 02,2° 03 e 3°01. . . . .	69

Figura 15 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 11 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01. . . . .	69
Figura 16 – 12: Gráfico gerado a partir das respostas à questão 12 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01. . . . .	69
Figura 17 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 13 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01. . . . .	70
Figura 18 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 14 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01. . . . .	70
Figura 19 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 15 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 e 2º 02 . . . . .	70
Figura 20 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 16 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01. . . . .	71
Figura 21 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 17 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01. . . . .	71
Figura 22 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 18 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º 01. . . . .	71
Figura 23 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 19 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º 01. . . . .	72
Figura 24 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 20 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º 01. . . . .	72

# Lista de abreviaturas e siglas

GPS                    Sistema de Posicionamento Global

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> . . . . .	<b>19</b>
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> . . . . .	<b>21</b>
<b>3.1</b>	<b>A Teoria da Aprendizagem Significativa no Ensino da Física</b>	<b>21</b>
<b>3.2</b>	<b>Introdução à Relatividade Restrita</b> . . . . .	<b>24</b>
<b>3.3</b>	<b>Espaço de Minkowski</b> . . . . .	<b>24</b>
<b>3.4</b>	<b>Dedução da Transformação de Lorentz</b> . . . . .	<b>25</b>
3.4.1	Premissas . . . . .	25
3.4.2	Relações entre coordenadas . . . . .	25
3.4.3	Forma geral da transformação de Lorentz . . . . .	26
<b>3.5</b>	<b>Dilatação do Tempo</b> . . . . .	<b>27</b>
<b>3.6</b>	<b>Contração do Comprimento</b> . . . . .	<b>28</b>
<b>3.7</b>	<b>Transformação de Velocidades</b> . . . . .	<b>29</b>
<b>3.8</b>	<b>Energia relativística</b> . . . . .	<b>30</b>
<b>3.9</b>	<b>Gravidade Newtoniana</b> . . . . .	<b>32</b>
<b>3.10</b>	<b>Relatividade Geral</b> . . . . .	<b>33</b>
<b>3.11</b>	<b>o GPS</b> . . . . .	<b>35</b>
<b>3.12</b>	<b>Cálculo da Correção Relativista</b> . . . . .	<b>35</b>
<b>3.13</b>	<b>Princípio da Trilateração</b> . . . . .	<b>38</b>
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA DE ENSINO</b> . . . . .	<b>42</b>
<b>5</b>	<b>METODOLOGIA DE TRABALHO</b> . . . . .	<b>44</b>
<b>6</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> . . . . .	<b>46</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES</b> . . . . .	<b>50</b>

<b>Referências</b> . . . . .	<b>52</b>
<b>APÊNDICE A – PRODUTO EDUCACIONAL</b> . . . . .	<b>54</b>

# 1 Introdução

O ensino da Física moderna, mais especificamente da teoria da relatividade, tem se mostrado um desafio para os professores e estudantes. A complexidade dos conceitos, as dificuldades de compreensão e as limitações de recursos didáticos têm sido obstáculos a serem superados nessa área de estudo. Nesse contexto, utilizar o sistema de posicionamento global (GPS) como uma ferramenta didática pode ser uma abordagem interessante para tornar o ensino da relatividade mais acessível e compreensível. Marco Antônio Moreira aborda em seu artigo “O que é afinal aprendizagem significativa?”, que:

[...] o ensino da Física na educação contemporânea é desatualizado em termos de conteúdos e tecnologias, centrado no docente, comportamentalista, focado no treinamento para as provas e aborda a Física como uma ciência acabada, tal como apresentada em um livro de texto (MOREIRA, 2014).

Essa citação trata da maneira como a Física é ensinada nas escolas atualmente, apontando alguns problemas nesse ensino. O autor afirma que o ensino da Física está desatualizado em relação tanto aos conteúdos abordados quanto às tecnologias utilizadas. Isso significa que os estudantes não estão aprendendo os conceitos mais recentes e relevantes da disciplina, e também não estão sendo expostos às ferramentas tecnológicas que podem auxiliar no aprendizado.

Além disso, o autor critica o fato de o ensino da Física ser centrado no docente. Isso significa que o professor é o foco principal da sala de aula, e os estudantes assumem um papel passivo, apenas recebendo informações. Essa abordagem pode limitar o envolvimento e a participação ativa dos estudantes no processo de aprendizagem.

Outro ponto levantado é que o ensino da Física é comportamentalista. Nesse contexto, os estudantes são treinados para resolver exercícios e provas, sem o estímulo para compreender e aplicar os conceitos da disciplina de forma contextualizada. Isso pode resultar em um aprendizado

superficial, voltado apenas para o desempenho nas avaliações, sem um desenvolvimento de habilidades e pensamento crítico.

Por fim, Moreira destaca que o ensino da Física aborda a disciplina como uma ciência acabada. Isso significa que os estudantes são apresentados à Física como um corpo de conhecimento fechado e definitivo, como algo que já está pronto e não é questionável. Essa abordagem pode limitar o interesse dos estudantes e sua capacidade de explorar e questionar o conhecimento científico. Em resumo, a citação evidencia críticas ao ensino da Física na educação contemporânea, apontando que ele está desatualizado, centrado no professor, comportamentalista e passivo, e que aborda a Física como uma ciência fechada.

O GPS é um exemplo prático de aplicação da teoria da relatividade, pois utiliza os princípios da gravidade e da dilatação do tempo para calcular com precisão a posição de um objeto ou pessoa na superfície terrestre.

A tecnologia do GPS e a Teoria da Relatividade têm sido exploradas no campo educacional como um recurso didático para o ensino da Física. Na pesquisa desenvolvida por (QUEIROZ, 2016), observa-se a aplicação do GPS como um instrumento pedagógico para estudar os elementos da Geometria Analítica. A ideia da autora foi a de produzir algo que desse sentido aos conteúdos matemáticos para os alunos do ensino médio, e a partir da sequência didática foi possível perceber que “os alunos ficaram mais interessados e participativos, pois analisavam o problema, discutiam a melhor resolução e apresentavam suas conclusões, segundo o seu entendimento” (p.47).

O GPS é uma tecnologia presente no dia a dia dos alunos, em celulares, carros, e em diversas aplicações logísticas e de navegação. Utilizar essa tecnologia como ponto de partida para o ensino de Física permite que os alunos façam conexões entre o conteúdo aprendido em sala de aula e o mundo real. A Teoria da Relatividade de Einstein, especialmente a Relatividade Geral e a Relatividade Restrita, são conceitos fundamentais na Física moderna. Explicar como esses princípios são aplicados na correção dos sinais de GPS para garantir precisão pode ajudar os alunos a entenderem a relevância e a aplicação de teorias científicas complexas, principalmente quando explicados a partir de situações cotidianas dos alunos (QUEIROZ, 2016).

Na pesquisa desenvolvida por Silva Sobrinho (2021), o autor faz uma abordagem acerca de uma sequência didática para o ensino médio, levando em consideração as questões filosóficas sobre o tempo e a Teoria da Relatividade Restrita. Neste estudo, observa-se a utilização de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), aliada ao uso de mapas conceituais a fim de facilitar o ensino de Física. Os alunos foram envolvidos nas atividades de reflexão sobre o tempo seguida de uma exposição das visões filosóficas acerca do tema, dando maior entendimento para eles.

A partir do estudo de Sobral (SOBRINHO, 2021), foi possível perceber que discutir a relatividade do tempo estimula o pensamento crítico, pois estimula os alunos a questionarem conceitos que antes pareciam óbvios. Esse processo de questionamento é essencial para o desenvolvimento intelectual e para a formação de uma visão de mundo mais complexa e informada. Além disso, ao entender que o tempo pode ser percebido de maneiras diferentes, os alunos são encorajados a considerar outras perspectivas e a questionar a objetividade de suas próprias percepções.

O estudo desenvolvido por (SOBRAL, 2019), apresenta uma pesquisa realizada no contexto do ensino médio em que se busca explicar como ocorre a dilatação do tempo. A ideia do autor foi realizar a construção de materiais e experimentos a fim de trazer para a realidade do estudante o aprendizado da Teoria da Relatividade Restrita. A pesquisa se dá no contexto em que a participante possui uma condição física de Retinose Pigmentar, por isso a importância de inserir materiais sólidos para os experimentos como a construção de uma tabela tátil para observação do tempo e o uso de simuladores para uma melhor inferência acerca da dilatação do tempo.

A partir das aulas foi possível notar que “não só os alunos com deficiência puderam usar o dispositivo, como também os alunos videntes, fazendo com que ambos pudessem socializar entre si, trocando experiências pessoais e compartilhar conhecimentos” (SOBRAL, 2019, p. 45). Ao utilizar o modelo de Ausubel, o autor trouxe para a realidade dos estudantes a aprendizagem significativa, possibilitando a construção de saberes acerca da dilatação do tempo e da Teoria da Relatividade Restrita.

Yamashita, ao realizar uma pesquisa no contexto do ensino médio fez a utilização do modelo de ensino de David Ausubel, trazendo para a sala de aula a Teoria da Aprendizagem Significativa

associada a tecnologias de informação e comunicação (YAMASHITA, 2021). O autor fez uso dos conceitos atrelados ao GPS, demonstrando as limitações da cinemática clássica. Foi possível perceber neste trabalho que a demonstração de novos conceitos para os estudantes deve partir dos conhecimentos prévios que eles já possuem, pois isto contribui para um maior entendimento e envolvimento das atividades propostas.

Neste sentido, é válido afirmar que a Teoria da Aprendizagem Significativa trabalhada em conjunto com instrumentos como o GPS é de grande relevância para a construção de conhecimentos na área da Física, isto porque o processo de ensino e aprendizagem se torna mais rico, chamativo e interativo e o aluno tem maior familiaridade com os conceitos apresentados, visto que o ensino parte de ideias prévias que os estudantes já possuem.

A razão pela qual essa pesquisa foi elaborada está no fato de que o ensino da Física moderna, em especial da relatividade, tem sido pouco explorado nas escolas, seja pela dificuldade dos professores em abordar o tema de forma clara e objetiva, seja pela falta de recursos didáticos adequados. Assim, é importante buscar estratégias inovadoras que possam tornar o aprendizado mais eficiente e interessante para os estudantes.

A relevância dessa abordagem se dá pelo fato de que a teoria da relatividade é uma das principais teorias da Física moderna e tem aplicações práticas em diversas áreas, como a navegação por satélite, por exemplo. Além disso, compreender os conceitos relativísticos é fundamental para o avanço científico e tecnológico da sociedade.

No que diz respeito aos antecedentes e controvérsias, é importante mencionar que a teoria da relatividade foi proposta por Albert Einstein no início do século XX e revolucionou a forma como entendemos o espaço e o tempo. Ao longo dos anos, ela tem sido confirmada e testada em diversos experimentos e aplicações tecnológicas.

O objetivo dessa pesquisa é utilizar o GPS como ferramenta didática para ensinar os conceitos fundamentais da relatividade, como a dilatação do tempo e a curvatura do espaço, proporcionando aos alunos uma compreensão mais concreta e visual desses princípios. Além disso, busca-se despertar o interesse dos estudantes pela Física moderna e suas aplicações práticas.

No entanto, é importante destacar algumas limitações acerca dessa temática. O uso do GPS como ferramenta didática é uma abordagem complementar e não substitui a necessidade de uma explicação teórica adequada. Além disso, é importante que os estudantes tenham uma base sólida de Física clássica antes de se aventurarem nos conceitos da relatividade. Portanto, é necessário adaptar a abordagem de acordo com o nível de conhecimento dos alunos.

Nesse capítulo introdutório, foi apresentado o problema a ser abordado, a escolha desse tema, a sua relevância, os antecedentes e controvérsias, bem como os objetivos e limites do estudo. Com isso, espera-se proporcionar uma visão geral do tema e preparar o leitor para as etapas seguintes da pesquisa.

## 2 Revisão Bibliográfica

A tecnologia do GPS e a Teoria da Relatividade têm sido exploradas no campo educacional como um recurso didático para o ensino da Física. Na pesquisa desenvolvida por Queiroz (2016), observa-se a aplicação do GPS como um instrumento pedagógico para estudar os elementos da Geometria Analítica. A ideia da autora foi a de produzir algo que desse sentido aos conteúdos matemáticos para os alunos do ensino médio e a partir da sequência didática foi possível perceber que “os alunos ficaram mais interessados e participativos, pois analisavam o problema, discutiam a melhor resolução e apresentavam suas conclusões, segundo o seu entendimento” (p.47). O GPS é uma tecnologia presente no dia a dia dos alunos, em celulares, carros, e em diversas aplicações logísticas e de navegação. Utilizar essa tecnologia como ponto de partida para o ensino de Física permite que os alunos façam conexões entre o conteúdo aprendido em sala de aula e o mundo real. A Teoria da Relatividade de Einstein, especialmente a Relatividade Geral e a Relatividade Restrita, são conceitos fundamentais na Física moderna. Explicar como esses princípios são aplicados na correção dos sinais de GPS para garantir precisão pode ajudar os alunos a entenderem a relevância e a aplicação de teorias científicas complexas, principalmente quando explicados a partir de situações cotidianas dos alunos (QUEIROZ, 2016). Na pesquisa desenvolvida por Silva Sobrinho (2021), o autor faz uma abordagem acerca de uma sequência didática para o ensino médio, levando em consideração as questões filosóficas sobre o tempo e a Teoria da Relatividade Restrita. Neste estudo, observa-se a utilização de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) aliada ao uso de mapas conceituais a fim de facilitar o ensino de Física. Os alunos foram envolvidos nas atividades de reflexão sobre o tempo seguida de uma exposição das visões filosóficas acerca do tema, dando maior entendimento para eles. A partir do estudo de Silva Sobrinho (2021), foi possível perceber que discutir a relatividade do tempo estimula o pensamento crítico, pois estimula os alunos a questionarem conceitos que antes pareciam óbvios. Esse processo de questionamento é essencial para o desenvolvimento intelectual e para a formação de uma visão de mundo mais complexa e informada. Além disso, ao entender que o tempo pode ser percebido de maneiras diferentes, os alunos são encorajados a considerar outras perspectivas e a questionar a objetividade de suas próprias percepções.

O estudo desenvolvido por Sobral (2019), apresenta uma pesquisa realizada no contexto do ensino médio em que se busca explicar como ocorre a dilatação do tempo. A ideia do autor foi realizar a construção de materiais e experimentos a fim de trazer para a realidade do estudante o aprendizado da Teoria da Relatividade Restrita. A pesquisa se dá no contexto em que a participante possui uma condição física de Retinose Pigmentar, por isso a importância de inserir materiais sólidos para os experimentos como a construção de uma tabela tátil para observação do tempo e o uso de simuladores para uma melhor inferência acerca da dilatação do tempo. A partir das aulas foi possível notar que “não só os alunos com deficiência puderam usar o dispositivo, como também os alunos videntes, fazendo com que ambos pudessem socializar entre si, trocando experiências pessoais e compartilhar conhecimentos” (SOBRAL, 2019, p. 45). Ao utilizar o modelo de Ausubel, o autor trouxe para a realidade dos estudantes a aprendizagem significativa, possibilitando a construção de saberes acerca da dilatação do tempo e da Teoria da Relatividade Restrita. Yamashita (2021), ao realizar uma pesquisa no contexto do ensino médio fez a utilização do modelo de ensino de David Ausubel, trazendo para a sala de aula a Teoria da Aprendizagem Significativa associada a tecnologias de informação e comunicação. O autor fez uso dos conceitos atrelados ao GPS, demonstrando as limitações da cinemática clássica. Foi possível perceber neste trabalho que a demonstração de novos conceitos para os estudantes deve partir dos conhecimentos prévios que eles já possuem, pois isto contribui para um maior entendimento e envolvimento das atividades propostas. Neste sentido, é válido afirmar que a Teoria da Aprendizagem Significativa trabalhada em conjunto com instrumentos como o GPS é de grande relevância para a construção de conhecimentos na área da Física, isto porque o processo de ensino e aprendizagem se torna mais rico, chamativo e interativo e o aluno tem maior familiaridade com os conceitos apresentados, visto que o ensino parte de ideias prévias que os estudantes já possuem.

## 3 Fundamentação Teórica

### 3.1 A Teoria da Aprendizagem Significativa no Ensino da Física

O ato de estudar é uma ação que requer do aprendiz elementos como motivação, concentração e objetivo. Ao se encontrar em uma sala de aula, o estudante tem a oportunidade de construir novos saberes a partir daquilo que é exposto pelo professor. Essa relação professor-objeto de estudo-aprendiz se dá por meio do diálogo, da parceria e pelo interesse de ambos. O momento de aprender, portanto, deve proporcionar ao aprendiz situações que de fato gerem conhecimento, caso contrário o ambiente de estudo será apenas um reforçador da memorização. De acordo com Micotti (MICOTTI, 1999)

A aplicação dos aprendizados em contextos diferentes daqueles em que foram adquiridos exige muito mais que a simples decoração ou a solução mecânica de exercícios: domínio de conceitos, flexibilidade de raciocínio, capacidade de análise e abstração. Essas capacidades são necessárias em todas as áreas de estudos, mas a falta delas, em Matemática, chama a atenção.

O autor direciona o olhar para a disciplina de Matemática e seguindo em sua mesma linha de pensamento percebe-se a ausência de aprendizagem significativa na Física, principalmente por conter nela muitas fórmulas e teorias que podem ser meramente repassadas aos aprendizes sem que se tenha um significado com a realidade. Cálculos como a conversão de temperatura, velocidade média ou mesmo de corrente elétrica muitas vezes se perdem por ser apresentados aos estudantes como algo a se decorar para as provas ao final de um bimestre.

Este não é nem de longe o objetivo final da educação, posto que ela tem como fim a formação de indivíduos que sejam protagonistas e para isso precisa desenvolver neles suas capacidades cognitivas. Ausubel, ao discorrer sobre a aprendizagem significativa, demonstra um ponto

crucial para a formação do aprendiz que é a incorporação do novo conhecimento às estruturas cognitivas que ele já possui, gerando significado a partir da relação com o seu conhecimento prévio (AUSUBEL, 1982).

Moreira reforça a ideia de aprendizagem significativa ou potencialmente significativa quando descreve o valor que existe em um conhecimento adquirido pelo aprendiz que se relacione com algo preexistente em sua estrutura cognitiva. O autor explica a importância de a construção do saber partir da realidade do estudante, pois desta maneira as conexões entre o saber existente e o novo se fixarão na memória quase que instantaneamente por haver relevância (MOREIRA, 2011).

Para que o processo de aprendizagem significativa ocorra é necessário que faça sentido para o aprendiz, pois o conteúdo novo deve ancorar-se nos conceitos e conhecimentos existentes na estrutura mental dele. Em um outro cenário em que o estudante ainda não tenha afinidade com o assunto é importante que o docente apresente informações e recursos introdutórios a fim de preparar seu entendimento antes de trabalhar com maior profundidade, isto servirá como ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele deverá saber. Ausubel destaca a importância desse processo ao apontar que:

Se eu tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diria isto: o fato isolado mais importante que informação na aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra o que ele sabe e baseie isso nos seus ensinamentos (AUSUBEL et al., 1968)

Nota-se na teoria deste autor a importância dada ao educador, visto que este profissional terá como missão conhecer as particularidades de sua turma para então iniciar o processo de ensino. O conhecimento não nascerá do nada, mas saltará de uma realidade existente para outra. Dentro dos conteúdos de Física estão aqueles relacionados com os fundamentos do GPS, tecnologia utilizada amplamente nos dias atuais.

A ideia de colocar em prática a teoria de Ausubel para o ensino dos fundamentos atrelados ao GPS é que ela permite diminuir a distância entre a teoria e a prática na escola, fazendo do

estudante um indivíduo ativo na aprendizagem, uma vez que ele será o ponto de partida para a construção do conhecimento. É importante, neste processo, identificar os saberes da turma e para isso o profissional deverá promover atividades que permitam a exteriorização desses saberes, isto pode ocorrer em forma de escrita, apresentação, roda de conversa, dinâmicas entre outras estratégias que estejam relacionadas ao assunto a ser estudado.

No caso do GPS, o processo de identificação dos conhecimentos pode ser explorado a partir dos conceitos que os estudantes possuem a respeito dessa tecnologia. Apesar de saberem utilizar a localização disponível no smartphone, nem sempre sabem de onde surgiu ou como ela funciona para ter tanta precisão de onde uma pessoa se encontra. Vale destacar aqui o conceito definido por (AUSUBEL, 2000) em que a:

Aprendizagem subordinada ocorre quando a partir de um material de aprendizagem torna-se exemplo apoiando a uma ideia já existente na estrutura cognitiva do educando. A aprendizagem proporcional subordinante é quando um conjunto de ideias prévias relevantes da estrutura cognitiva do aprendiz podem incluir de igual modo.

Para exemplificar esse tipo de aprendizagem, pode-se mencionar os conceitos atrelados ao GPS como a Teoria da Relatividade de Albert Einstein. O estudante tem inicialmente um conhecimento inicial sobre tempo, localização, coordenada, movimento e sobre a tecnologia. Neste sentido, o docente precisa primeiro resgatar esses conceitos que o estudante já possui para então apresentar os novos. A aprendizagem ocorrerá por meio de uma ancoragem, gerando uma nova estrutura cognitiva como descrita pelo autor. Neste ponto, o aprendiz terá como resultado uma diferenciação entre o que já sabia e o que sabe a partir das aprendizagens obtidas, ou seja, criará novos significados para si.

Concomitante ao aprendizado e a criação de novos significados, a estrutura cognitiva vai se organizando gradativamente, integrando-os aos conhecimentos prévios mais globais, gerando a partir disso o aprendizado significativo. Masini e Moreira afirmam que Ausubel criou uma teoria “[...] enraizada no vivido” (MASINI, 2017), e é possível perceber que o centro da aprendizagem proposta pelo autor é a de primeiramente conhecer o aluno para que então o aluno conheça o

conteúdo a partir da sua própria realidade.

A partir do exposto torna-se relevante a implementação da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel para o estudo dos conceitos de Física que estão atrelados ao GPS, pois esta metodologia permitirá ao professor resgatar os conhecimentos que os estudantes já possuem e expor os novos saberes de maneira prática e interativa no intuito de promover um aprendizado significativo e que faça sentido.

## 3.2 Introdução à Relatividade Restrita

A teoria da relatividade restrita (SUSSKIND; FRIEDMAN, 2017), proposta por Albert Einstein em 1905, revolucionou a física ao introduzir a ideia de que as leis da física são as mesmas para todos os observadores inerciais e que a velocidade da luz no vácuo é constante, independentemente do movimento da fonte ou do observador (OLIVEIRA, 2005). Esta teoria baseia-se em dois postulados principais:

- As leis da física são as mesmas em todos os referenciais inerciais.
- A velocidade da luz no vácuo é a mesma para todos os observadores, independentemente de seus estados de movimento relativo.

Esses postulados levam a consequências profundas, incluindo a dilatação do tempo e a contração do comprimento, que são explicadas pelas transformações de Lorentz.

## 3.3 Espaço de Minkowski

No contexto da relatividade restrita, o espaço-tempo é tratado como uma entidade quadridimensional conhecida como espaço de Minkowski (NATÁRIO, 2014). Neste espaço, os eventos

são descritos por quatro coordenadas: uma temporal ( $ct$ ) e três espaciais ( $x, y, z$ ). A norma de um vetor no espaço de Minkowski é dada por:

$$s^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \quad (3.1)$$

Esta quantidade,  $s^2$ , é invariante sob transformações de Lorentz, o que significa que permanece a mesma em todos os referenciais inerciais.

## 3.4 Dedução da Transformação de Lorentz

### 3.4.1 Premissas

- **Invariância da norma de Minkowski:**  $s^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$  deve ser igual em todos os referenciais inerciais.
- **Referenciais inerciais:** Considere dois referenciais inerciais,  $S$  e  $S'$ , onde  $S'$  se move com uma velocidade  $v$  em relação a  $S$  ao longo do eixo  $x$ .

### 3.4.2 Relações entre coordenadas

Seja um evento que ocorre em  $(ct, x, y, z)$  no referencial  $S$  e em  $(ct', x', y', z')$  no referencial  $S'$ .

Queremos encontrar como  $ct, x, y, z$  se relacionam com  $ct', x', y', z'$ .

### 3.4.3 Forma geral da transformação de Lorentz

Assumimos que as transformações entre os referenciais são lineares. A forma geral das transformações de Lorentz pode ser escrita como:

$$\begin{cases} ct' = \gamma(ct - \beta x) \\ x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \quad (3.2)$$

onde  $\beta$  e  $\gamma$  são fatores a serem determinados pela invariância da norma de Minkowski.

$$c^2t^2 - x^2 = c^2t'^2 - x'^2 \quad (3.3)$$

Substituindo  $t'$  e  $x'$  na equação anterior:

$$c^2t^2 - x^2 = \gamma^2 (c^2t^2 - 2\beta ctx + \beta^2x^2) - \gamma^2 (x^2 - 2vtx + v^2t^2) \quad (3.4)$$

Expandindo e simplificando, obtemos:

$$c^2t^2 - x^2 = \gamma^2 \left( c^2t^2(1 - \beta^2) - x^2(1 - \frac{v^2}{c^2}) \right) \quad (3.5)$$

Igualando os termos em t e x, temos :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (3.6)$$

e

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.7)$$

Então,  $\beta = v/c$ .

Assim, obtemos as transformações de Lorentz completas:

$$\begin{cases} t' = \gamma(t - \frac{v}{c^2}x) \\ x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \quad (3.8)$$

onde  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ . Estas transformações mostram como as coordenadas espaciais e temporais de um evento se transformam entre dois referenciais inerciais em movimento relativo uniforme, preservando a constância da velocidade da luz e a invariância da norma de Minkowski.

### 3.5 Dilatação do Tempo

A dilatação do tempo é uma consequência direta das transformações de Lorentz. Vamos supor que dois eventos ocorrem no mesmo lugar no referencial  $S$ , de forma que  $\Delta x = 0$ . As transformações de Lorentz, então, nos dão:

$$\Delta t' = \gamma(\Delta t) \quad (3.9)$$

O que nos leva a:

$$\Delta t' = \gamma \Delta t_0 \quad (3.10)$$

onde,  $\Delta t_0$  é chamado de tempo próprio, o qual é o intervalo de tempo medido no referencial  $S$  por um único relógio localizado na mesma posição. Portanto, um intervalo de tempo  $\Delta t'$  medido no referencial  $S'$  se transforma em um intervalo de tempo maior que o tempo próprio (já que  $\gamma > 1$ ). Isso significa que o tempo no referencial em movimento passa mais devagar em relação ao referencial estacionário, um fenômeno conhecido como dilatação do tempo.

### 3.6 Contração do Comprimento

A contração do comprimento é outra consequência das transformações de Lorentz. Considere uma régua em repouso no referencial  $S$ , com seu comprimento  $L_0$  medido neste referencial. No referencial  $S'$ , que se move com velocidade  $v$  em relação a  $S$  ao longo do eixo  $x$ , o comprimento da régua será medido como  $L$ .

Para deduzir a contração do comprimento, consideramos que os pontos extremos da régua são medidos simultaneamente no referencial  $S'$ , ou seja,  $\Delta t' = 0$ . As transformações de Lorentz nos dão:

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t) \quad (3.11)$$

Como  $\Delta t' = 0$ , temos  $\Delta t = \frac{\Delta xv}{c^2}$ . Substituindo isso na equação acima, obtemos:

$$\Delta x' = \gamma \left( \Delta x - \frac{v^2}{c^2} \Delta x \right) \quad (3.12)$$

Simplificando, temos:

$$\Delta x' = \frac{\Delta x}{\gamma} \quad (3.13)$$

Portanto:

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (3.14)$$

Visto que  $v < c$ , esse resultado mostra que o comprimento da régua no referencial em movimento é menor do que no referencial em repouso (comprimento próprio), um fenômeno conhecido como contração do comprimento.

### 3.7 Transformação de Velocidades

No contexto em que dois referenciais inerciais  $S$  e  $S'$ , são tais que  $S'$  se move com velocidade  $v$  em relação a  $S$  ao longo do eixo  $x$ , temos que a velocidade da partícula em  $S$  é:

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{dx}{dt}, \\ u_y &= \frac{dy}{dt}, \\ u_z &= \frac{dz}{dt}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

E no referencial  $S'$ :

$$\begin{aligned} u'_x &= \frac{dx'}{dt'}, \\ u'_y &= \frac{dy'}{dt'}, \\ u'_z &= \frac{dz'}{dt'}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Para encontrar  $u'_x$ , devemos expressar  $dx'$  e  $dt'$  em termos de  $dx$  e  $dt$ :

$$dx' = \gamma(dx - v dt), \quad (3.17)$$

$$dt' = \gamma \left( dt - \frac{v dx}{c^2} \right). \quad (3.18)$$

Dividindo  $dx'$  por  $dt'$ :

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\gamma(dx - v dt)}{\gamma \left( dt - \frac{v dx}{c^2} \right)} = \frac{dx - v dt}{dt - \frac{v dx}{c^2}}. \quad (3.19)$$

Simplificando:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v u_x}{c^2}}. \quad (3.20)$$

Analogamente, para as componentes  $y$  e  $z$ :

$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma \left( 1 - \frac{v u_x}{c^2} \right)}, \quad (3.21)$$

$$u'_z = \frac{u_z}{\gamma \left( 1 - \frac{v u_x}{c^2} \right)}. \quad (3.22)$$

A fórmula completa de transformação de velocidades é, então, dada por:

$$\begin{aligned}u'_x &= \frac{u_x - v}{1 - \frac{vu_x}{c^2}}, \\u'_y &= \frac{u_y}{\gamma \left(1 - \frac{vu_x}{c^2}\right)}, \\u'_z &= \frac{u_z}{\gamma \left(1 - \frac{vu_x}{c^2}\right)}.\end{aligned}\tag{3.23}$$

## Momento linear relativístico

Uma consequência da transformação de velocidades é que surge a necessidade de modificar a fórmula da quantidade de movimento linear ou momento linear. Em consequência, a massa não poderá ser constante ao mudar de referencial. Pode-se mostrar que o momento total será uma quantidade conservada se definirmos:

$$\vec{p} = \gamma m_0 \vec{v} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\tag{3.24}$$

com  $m_0$  sendo a massa do corpo no referencial em que o corpo se encontra em repouso.

- Pode-se ainda definir uma massa relativística, dada por:

$$m(v) = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\tag{3.25}$$

- A força é, então, dada por:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m_0 \gamma \vec{v})\tag{3.26}$$

## 3.8 Energia relativística

Supondo a energia potencial igual a zero, vamos deduzir a energia relativística.

A taxa de variação temporal da energia cinética de uma partícula continua sendo dada por:

$$\frac{dK}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (3.27)$$

sendo

$$\vec{p} = \gamma m_0 \vec{v} \quad (3.28)$$

Portanto

$$K = \int_0^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_0^{\vec{v}} \frac{d(m_0 \gamma \vec{v})}{dt} \cdot \vec{v} dt \quad (3.29)$$

Então

$$K = m_0 c^2 \int_0^{\vec{v}} d \left( \frac{\vec{v}/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) \cdot (\vec{v}/c) = m_0 c^2 \int_0^{\vec{v}} \frac{w dw}{(1 + w^2)^{1/2}} = m_0 c^2 \left[ (w^2 + 1)^{1/2} \right]_0^{\vec{v}} \quad (3.30)$$

onde :

$$w = \frac{v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (3.31)$$

Em consequência:

$$K = (\gamma - 1)m_0 c^2 = (m - m_0)c^2 \quad \text{onde} \quad m = \gamma m_0 \quad (3.32)$$

então:

$$K + m_0 c^2 = mc^2 = E \implies E = mc^2 \quad (3.33)$$

Por conseguinte, se a partícula estiver em repouso ( $K = 0$ ) sua energia é igual  $E = m_0 c^2$ , onde  $m_0$  é a massa da partícula em repouso. O que também significa que uma quantidade mínima de massa pode produzir quantidades imensas de energia. Por exemplo: Um corpo com massa  $m = 1.0 \text{ kg}$  pode produzir  $9.0 \times 10^{16} \text{ J}$  de energia.

### 3.9 Gravidade Newtoniana

Um campo gravitacional Newtoniano é representado pela função escalar chamada potencial gravitacional  $\Phi$ , a partir da qual é obtido o campo gravitacional de acordo com a fórmula  $\vec{g} = -\nabla\Phi$ . A trajetória, representada pelo vetor posição  $\vec{r}$  de uma partícula de massa  $m$  em queda livre no campo gravitacional é obtida pela equação da Segunda Lei de Newton:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = m \vec{g} \quad (3.34)$$

Em consequência, a aceleração da partícula em queda livre é  $\vec{g}$ . Visto que a força gravitacional é conservativa, a energia da partícula é constante ao longo do tempo. O termo  $m\Phi$  representa portanto a energia potencial gravitacional da partícula. Devido a conservação da energia esperamos que a velocidade típica da queda livre seja da ordem de  $\sqrt{|\Phi|}$ . O campo é considerado fraco, do ponto de vista da Relatividade, uma vez que a velocidade da queda é significativamente inferior à velocidade da luz. Então, para campos fracos é possível usar as fórmulas Newtonianas; caso contrário é necessário considerar a dilatação do tempo, o que conduz à Teoria da Relatividade Geral.

Cabe salientar que o potencial gravitacional criado por uma massa  $M$  esfericamente simétrica é:

$$\Phi = -\frac{GM}{r}, \quad (3.35)$$

onde  $G$  é a constante de gravitação universal e  $r$  é a distância ao centro. O vetor campo gravitacional é

$$\vec{g} = -\frac{GM}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}. \quad (3.36)$$

Portanto, a velocidade  $v$  de uma órbita circular neste campo pode ser obtida a partir da equação de movimento, sendo obviamente  $r$  constante, e pela conservação da energia o módulo do vetor velocidade  $v$  é também constante. A aceleração é apenas centrípeta:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\frac{v^2}{r} \frac{\vec{r}}{r}, \quad (3.37)$$

e igualando à expressão para  $\vec{g}$  acima obtém-se o módulo do vetor velocidade:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}. \quad (3.38)$$

### 3.10 Relatividade Geral

A relatividade restrita aplica-se apenas a referenciais inerciais, enquanto a relatividade geral é aplicável a qualquer referencial. Particularmente, a relatividade geral trata a gravidade como a curvatura do espaço-tempo causada pela massa e energia. Baseia-se no princípio da equivalência, que afirma que as leis da física em um pequeno laboratório em queda livre (em um campo gravitacional) são as mesmas que as leis da física em um sistema de referência inercial (BARBOSA, 2009). Satélites e seus ocupantes estão em queda livre contínua ao redor da Terra, o que explica a sensação de ausência de peso (microgravidade). Estes conceitos desempenham um papel crucial no funcionamento do Sistema de Posicionamento Global (GPS). O GPS depende da precisão dos relógios atômicos a bordo dos satélites, e tanto a relatividade restrita quanto a relatividade geral devem ser levadas em conta para garantir a precisão dos cálculos de posicionamento.

A Teoria da Relatividade Geral precisa da Geometria Diferencial para ser entendida. No entanto, no contexto de campos gravitacionais fracos, é possível obter aproximadamente uma fórmula para a dilatação do tempo sofrida por um relógio nesse campo. Um argumento utiliza uma combinação de Mecânica Quântica e Relatividade Restrita. Da Mecânica Quântica sabemos que a luz se comporta como se fosse constituída por partículas, chamadas fótons, com energia dada pela relação de Planck

$$E = \frac{h}{T}, \quad (3.39)$$

onde  $h$  é a constante de Planck e  $T$  é o período da radiação. Da relação de equivalência massa-energia, temos

$$E = mc^2, \quad (3.40)$$

deduzida por Einstein como consequência da Relatividade Restrita, concluímos que a cada fóton corresponde uma certa massa, e portanto é de esperar que um fóton que sobe num campo gravitacional perca energia. Sejam  $E$  e  $T$  a energia e o período de um fóton num dado ponto  $\mathbf{r}$  de um campo gravitacional, e  $E'$  e  $T'$  as mesmas quantidades num outro ponto  $\mathbf{r}'$ . A relação de Planck-Einstein implica que

$$ET = h = E'T'. \quad (3.41)$$

Se  $\Delta\Phi = \Phi(\mathbf{r}') - \Phi(\mathbf{r})$  for a diferença de potencial entre  $\mathbf{r}'$  e  $\mathbf{r}$ , é de esperar que

$$E' \approx E - m\Delta\Phi \approx E - \frac{E}{c^2}\Delta\Phi = \left(1 - \frac{\Delta\Phi}{c^2}\right)E. \quad (3.42)$$

Portanto

$$T \approx \left(1 - \frac{\Delta\Phi}{c^2}\right)T'. \quad (3.43)$$

Para campos gravitacionais fracos, onde podemos usar a descrição Newtoniana do campo gravitacional, a quantidade  $|\Delta\Phi/c^2|$  é muito inferior a 1. Usando a aproximação de primeira ordem  $1/(1-x) \approx 1+x$ , válida para  $|x|$  muito menor que 1, temos então

$$T' \approx \left(1 + \frac{\Delta\Phi}{c^2}\right)T. \quad (3.44)$$

Em outros termos, o período da radiação aumenta conforme ela se desloca em um campo gravitacional. Como podemos reconciliar essa observação com o fato de que a velocidade da luz permanece constante? Se pensarmos em um sinal luminoso com um determinado período como uma série de flashes instantâneos, fica claro que a constância da velocidade da luz exige que os intervalos entre os flashes sejam idênticos para todos os observadores em repouso, a menos que os relógios desses observadores marquem o tempo em ritmos diferentes. De fato, se considerarmos que um relógio localizado em  $\mathbf{r}'$  mede um intervalo de tempo

$$\Delta t' \approx \left(1 + \frac{\Delta\Phi}{c^2}\right)\Delta t \quad (3.45)$$

sempre que um relógio idêntico colocado em  $\mathbf{r}$  mede um intervalo de tempo  $\Delta t$ , a relação acima entre os períodos da radiação torna-se compatível com a invariância da velocidade da luz. No limite em que o ponto  $\mathbf{r}$  está "no infinito", onde o potencial é zero, obtém-se  $\Delta\Phi = \Phi(\mathbf{r}')$ , e portanto

$$\Delta t' \approx \left(1 + \frac{\Phi}{c^2}\right)\Delta t \quad (3.46)$$

( $\Delta t'$  é o intervalo de tempo medido num ponto onde o potencial gravitacional é  $\Phi$  quando o mesmo intervalo de tempo medido por um observador no infinito é  $\Delta t$ ). Esta é a fórmula da dilatação gravitacional do tempo. Então, relógios num ponto mais próximo de um campo gravitacional funcionam a um ritmo mais lento do que relógios muito afastados deste. O valor absoluto do potencial gravitacional  $\Phi$  é muito inferior a  $c^2$ , e portanto  $\Delta t'$  e  $\Delta t$  são aproximadamente iguais; no entanto, em situações como no GPS que requerem grandes precisões na medida dos intervalos de tempo a dilatação gravitacional do tempo tem que ser considerada nos cálculos.

### 3.11 o GPS

O Sistema de Posicionamento Global (GPS) é uma rede de satélites que fornece informações de localização e tempo para receptores em qualquer lugar da Terra (ALECRIM, 2023). O GPS depende de medições precisas de tempo para calcular a posição, e para alcançar essa precisão, ele incorpora conceitos da Teoria da Relatividade de Einstein.

Os satélites GPS se movem a altas velocidades em relação aos receptores na Terra. De acordo com a Relatividade Restrita, o tempo passa mais devagar para os relógios em movimento rápido comparado aos que estão em repouso. Portanto, os relógios dos satélites devem ser ajustados para compensar esse efeito. Os satélites GPS estão em uma órbita mais alta, onde a gravidade da Terra é mais fraca. A Relatividade Geral prevê que o tempo passa mais rapidamente em um campo gravitacional mais fraco. Isso significa que os relógios nos satélites também devem ser ajustados para compensar essa diferença.

Sem essas correções relativísticas, os erros no cálculo da posição poderiam acumular-se rapidamente, tornando o GPS inútil para navegação precisa (ASHBY, 2003).

### 3.12 Cálculo da Correção Relativista

Com a teoria apresentada, é possível calcular as correções relativistas nos relógios atômicos a bordo dos satélites do GPS. Vale destacar que esses satélites transmitem regularmente a hora exata registrada pelo seu relógio, assim como a sua posição naquele exato momento. Essa posição é determinada a partir do horário indicado pelo relógio, uma vez que as órbitas dos satélites são conhecidas com alta precisão e são constantemente monitoradas por estações de rastreamento na superfície da Terra. As constantes numéricas necessárias para formular as equações das órbitas são atualizadas a cada duas horas. Esses valores são ajustados utilizando o tempo medido pelos relógios atômicos nas estações de rastreamento, que, por sua vez, precisam ser convertidos para o tempo medido a bordo dos satélites (NATÁRIO, 2013).

Considerando a Terra aproximadamente esférica, o potencial gravitacional que ela gera é dado por

$$\Phi = -\frac{GM}{r}, \quad (3.47)$$

onde  $M$  é a massa da Terra. O valor do fator  $GM$  pode ser calculado a partir da aceleração da gravidade à superfície da Terra, que é  $g \approx 9,8n/s^2$ , e do raio da Terra,  $R \approx 6.400km$ , notando que

$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow GM = gR^2. \quad (3.48)$$

Se um observador inercial "no infinito", ou seja, muito afastado da fonte de campo gravitacional (a Terra), mede um intervalo de tempo  $\Delta t$ , um satélite com velocidade  $v$  num ponto a uma distância  $r$  do centro da Terra mede um intervalo de tempo dado por

$$\Delta t_{SAT} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \left(1 - \frac{GM}{c^2 r}\right) \Delta t \approx \left(1 - \frac{v^2}{2c^2}\right) \left(1 - \frac{GM}{c^2 r}\right) \Delta t, \quad (3.49)$$

onde consideramos a expansão até primeira ordem, já que a velocidade do satélite é muito menor à velocidade da luz. Levando em conta a aproximação de primeira ordem  $(1+x)(1+y) \approx 1+x+y$ , válida para valores de  $|x|$  e  $|y|$  muito pequenos ( $\ll 1$ ), temos então

$$\Delta t_{SAT} \approx \left(1 - \frac{v^2}{2c^2} - \frac{GM}{c^2 r}\right) \Delta t. \quad (3.50)$$

Igualmente, um observador à superfície da Terra mede um intervalo de tempo

$$\Delta t_{TERRA} \approx \left(1 - \frac{V^2}{2c^2} - \frac{GM}{c^2 R}\right) \Delta t, \quad (3.51)$$

onde  $V$  é a velocidade de rotação da Terra no ponto onde se encontra o observador. Portanto

$$\frac{\Delta t_{SAT}}{\Delta t_{TERRA}} \approx \frac{1 - \frac{v^2}{2c^2} - \frac{GM}{c^2 r}}{1 - \frac{V^2}{2c^2} - \frac{GM}{c^2 R}} \approx \left(1 - \frac{v^2}{2c^2} - \frac{GM}{c^2 r}\right) \left(1 + \frac{V^2}{2c^2} + \frac{GM}{c^2 R}\right) \approx 1 - \frac{v^2}{2c^2} - \frac{GM}{c^2 r} + \frac{V^2}{2c^2} + \frac{GM}{c^2 R}, \quad (3.52)$$

onde novamente é considerada a aproximação de primeira ordem. Se assumirmos uma órbita circular para o satélite, sabe-se que

$$v^2 = \frac{GM}{r}, \quad (3.53)$$

pelo que obtemos finalmente

$$\frac{\Delta t_{sat}}{\Delta t_{Terra}} \approx 1 - \frac{3v^2}{2c^2} + \frac{V^2}{2c^2} + \frac{GM}{c^2 R}, \quad (3.54)$$

( $\Delta t_{\text{sat}}$  é o intervalo de tempo medido a bordo dos satélites,  $\Delta t_{\text{Terra}}$  é o intervalo de tempo medido à superfície da Terra,  $v$  é a velocidade orbital dos satélites,  $V$  é a velocidade de rotação da Terra no ponto da superfície considerado,  $M$  e  $R$  são a massa e o raio da Terra). Seja  $T$  o período da órbita circular. Eliminando  $r$  do sistema de equações

$$\begin{cases} v^2 = \frac{GM}{r} \\ v = \frac{2\pi r}{T} \end{cases} \quad (3.55)$$

podemos obter

$$v = \left( \frac{2\pi GM}{T} \right)^{1/3} = \left( \frac{2\pi g R^2}{T} \right)^{1/3}. \quad (3.56)$$

As órbitas dos satélites do GPS têm um período de 12 horas (de modo que as posições dos satélites se repetem duas vezes por dia). Substituindo os valores de  $g$ ,  $R$  e  $T$  (em unidades consistentes!) na expressão acima obtemos  $v \approx 3,9$  quilômetros por segundo, donde

$$\frac{3v^2}{2c^2} \approx 2,5 \times 10^{-10}. \quad (3.57)$$

Uma vez que a Terra completa uma rotação a cada 24 horas, a sua velocidade de rotação no equador é

$$V \approx \frac{2\pi \times 6400}{24 \times 3600} \approx 0,47 \text{ km/s}, \quad (3.58)$$

pelo que

$$\frac{V^2}{2c^2} \approx 1,2 \times 10^{-12}. \quad (3.59)$$

Esta correção é da ordem de um centésimo da correção devida à posição e movimento do satélite, e portanto pode ser ignorada. Deste modo, é irrelevante se o tempo medido à superfície da Terra é medido no equador ou em qualquer outro ponto. Finalmente,

$$\frac{GM}{c^2 R} = \frac{gR}{c^2} \approx 7,0 \times 10^{-10}. \quad (3.60)$$

Concluimos, portanto, que

$$\frac{\Delta t_{\text{sat}}}{\Delta t_{\text{Terra}}} \approx 1 + 4,5 \times 10^{-10}, \quad (3.61)$$

ou seja, o relógio no satélite adianta-se por dia cerca de

$$4,5 \times 10^{-10} \times 24 \times 3600 \approx 4,0 \times 10^{-5} \text{ s} \quad (3.62)$$

em relação a um relógio na superfície da Terra. Aqui está o parágrafo reformulado com palavras equivalentes:

Se o receptor de GPS dispusesse de seu próprio relógio atômico e determinasse sua posição comparando o seu relógio com o tempo indicado pelos sinais dos satélites, a diferença na sincronização dos relógios ao final de um dia resultaria em um erro na posição do receptor de aproximadamente  $4,0 \times 10^{-5} \times 300.000 \approx 12$  km. Esse valor é frequentemente citado como o erro diário acumulado pelo GPS caso as correções relativistas não fossem aplicadas. No entanto, isso não é correto, pois, na prática, como discutido anteriormente, o receptor de GPS utiliza os relógios atômicos dos satélites. O erro acumulado seria apenas consequência do uso do tempo à superfície da Terra nas equações que descrevem a posição do satélite em função do tempo, conforme determinadas pelas estações de rastreamento, e não do tempo medido pelos relógios dos satélites. Após um dia, a imprecisão na posição do satélite seria de cerca de  $4,0 \times 10^{-5} \times 3.900 \approx 0,16$  metros, um valor muito menos expressivo que os 12 km, mas ainda assim relevante: sem as correções relativistas, o GPS erraria por um metro após uma semana, por cinco metros após um mês, e por 56 metros ao final de um ano (NATÁRIO, 2013).

### 3.13 Princípio da Trilateração

A trilateração é uma técnica utilizada no sistema de Posicionamento Global (GPS) para determinar a localização de um receptor a partir das distâncias medidas até três ou mais satélites. Essa técnica baseia-se na geometria dos círculos ou esferas, dependendo do contexto bidimensional ou tridimensional (ZUCCONI, 2017).

A trilateração é uma versão sofisticada da triangulação, embora não use a medição de ângulos em seus cálculos. Os dados de um único satélite fornecem uma localização geral de um ponto em uma grande área circular na superfície da Terra. A adição de dados de um segundo satélite permite que o GPS restrinja a localização específica desse ponto a uma região onde as duas áreas de dados de satélite se sobrepõem. A adição de dados de um terceiro satélite fornece uma posição precisa do ponto na superfície da Terra.

Todos os dispositivos GPS requerem três satélites para um cálculo preciso da posição. Os dados de um quarto satélite - ou até mais de quatro satélites - aumentam ainda mais a precisão da

localização do ponto e também permitem que fatores como elevação ou, no caso de aeronaves, altitude, também sejam calculados. Os receptores GPS normalmente rastreiam de quatro a sete satélites simultaneamente e usam a trilateração para analisar as informações.

Vamos imaginar que queremos encontrar a localização P de um objeto. Nossa primeira tentativa depende de um farol, ou estação, situado em uma posição conhecida L (ver Fig.(1)). Tanto P quanto L são expressos com valores de latitude e longitude. Latitude é a distância em graus de um ponto na superfície terrestre até a Linha do Equador. Ela vai de 0 a 90° tanto no Hemisfério Norte quanto no Hemisfério Sul. Longitude é a distância em graus de um ponto na superfície terrestre até o Meridiano de Greenwich. A estação não pode localizar P diretamente, mas pode estimar sua distância relativa d.

Com apenas uma estação disponível, não podemos identificar a posição exata de P. O que sabemos, no entanto, é o quanto ela está próxima. Cada ponto que está à distância de  $d$  é um candidato em potencial para P. Isso significa que, com apenas um sinalizador, nossa estimativa de P está limitada a um círculo de raio  $d$  ao redor de L em linhas pontilhadas em vermelho (Ver Fig.(1)).

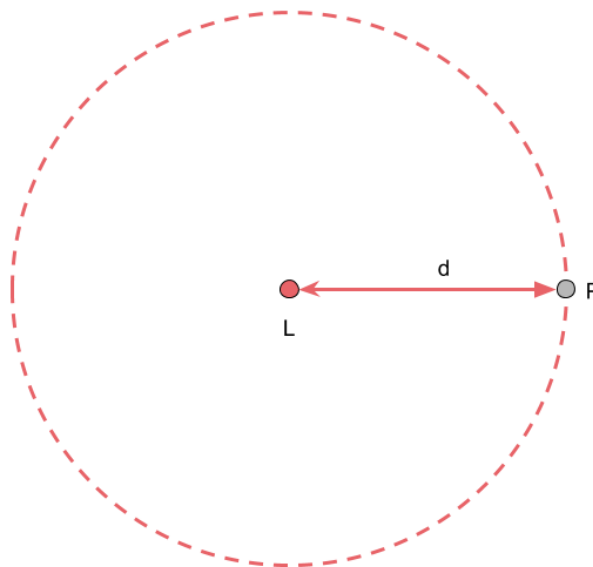


Figura 1 – Figura obtida da referência (ZUCCONI, 2017)

Podemos melhorar a situação usando não apenas um, mas dois sinalizadores L1 e L2 (Ver Fig.(2)). Nosso objeto só pode estar ao longo da circunferência do círculo vermelho. Mas, pelo mesmo motivo, ele só pode estar ao longo da circunferência do círculo verde. Isso significa que ele deve estar nas interseções dos dois círculos. Isso restringe subitamente nossa suposição a

apenas dois locais possíveis (em cinza).

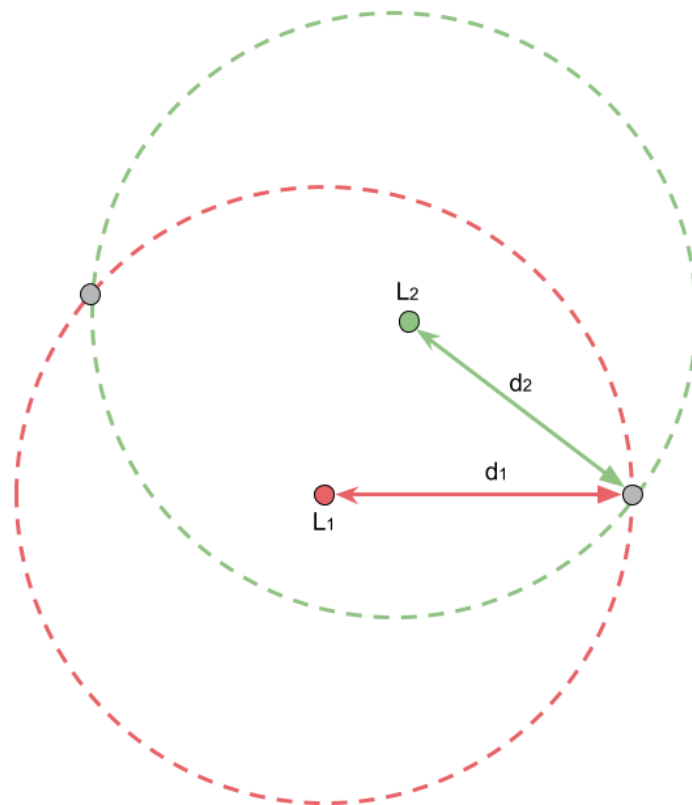


Figura 2 – Figura obtida da referência (ZUCCONI, 2017)

Se desejarmos maior precisão precisamos um terceiro sinalizador L3. Os três círculos se encontrarão em apenas um ponto, que é de fato a localização correta de P (Ver Fig.(3)) .

Um ponto  $(x,y)$  no plano cartesiano está sobre um círculo de raio  $r$  centrado em  $(c_x, c_y)$  se e somente se for uma solução desta equação:

$$(x - c_x)^2 + (y - c_y)^2 = d_1^2 \quad (3.63)$$

Com o mesmo raciocínio, podemos derivar equações para os círculos gerados pelos balizas. Cada um tem sua própria posição, expressa com coordenadas de latitude e longitude,  $(\phi_1, \lambda_1)$ ,  $(\phi_2, \lambda_2)$  e  $(\phi_3, \lambda_3)$ , respectivamente.

O problema da trilateração é resolvido matematicamente encontrando o ponto  $P = (\phi, \lambda)$  que simultaneamente satisfaça as equações desses três círculos.

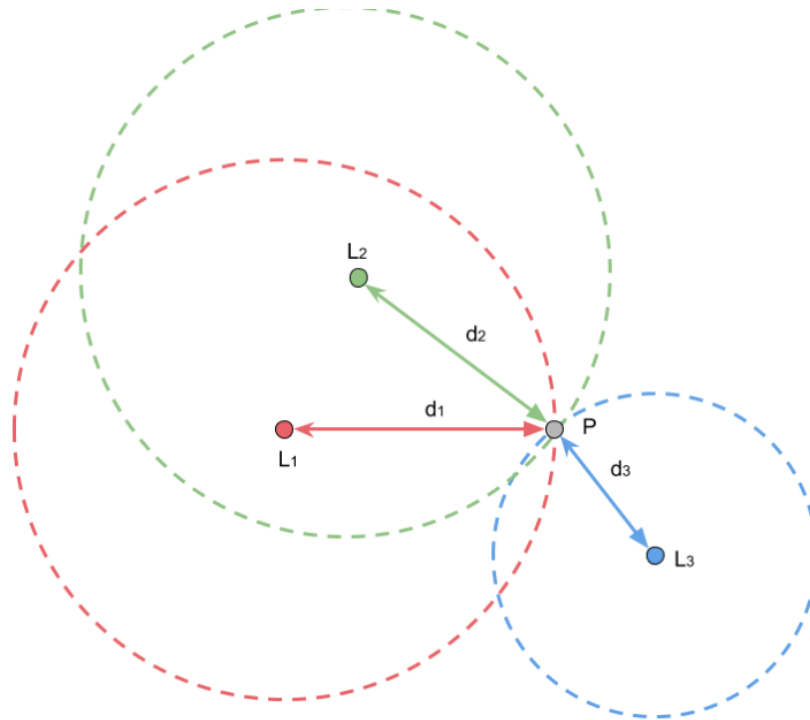


Figura 3 – Figura obtida da referência (ZUCCONI, 2017)

$$(\phi - \phi_1)^2 + (\lambda - \lambda_1)^2 = d_1^2 \quad (3.64)$$

$$(\phi - \phi_2)^2 + (\lambda - \lambda_2)^2 = d_2^2 \quad (3.65)$$

$$(\phi - \phi_3)^2 + (\lambda - \lambda_3)^2 = d_3^2 \quad (3.66)$$

Existem diferentes métodos para resolver estas equações.

## 4 Metodologia de Ensino

A ideia para o ensino dos fundamentos do GPS nas aulas de Física no ensino médio surgiu a partir do contato com a tecnologia e sua relação com a Teoria da Relatividade. Ao notar que os estudantes utilizam com certa rotina o GPS para compartilharem a localização, pareceu bastante adequado explorar um pouco mais desse conhecimento prévio para aprofundar nos conceitos atrelados a ele, o que viria a servir de âncora para a construção de novos saberes ((MOREIRA, 2011).

Foi realizada a escolha de uma Escola Pública, denominada Sérgio Mendonça de Aquino que fica localizada na Vila do Novo Remanso, zona rural de Itacoatiara. As turmas em que houve a experimentação foram a 2ª e a 3ª série, tendo em vista a grade curricular do ensino médio. No intuito de desenvolver as aulas da melhor maneira possível, houve um prévio planejamento em que foram distribuídas as atividades propostas para a sala de aula, partindo de um diagnóstico até uma avaliação final.

As aulas foram distribuídas em quatro encontros com os estudantes. O primeiro momento foi crucial para o andamento das demais atividades, pois foi por meio dele que a pesquisadora teve a oportunidade de compreender quais conhecimentos prévios os estudantes possuíam acerca do GPS e sobre a Teoria da Relatividade. Nesse encontro os participantes externaram suas opiniões com a turma e foi possível dialogar sobre o assunto.

No segundo encontro, os participantes estavam com uma visão mais aberta acerca do que seria realizado, pois foi explicitado para eles no primeiro encontro. Essa aula teve como recurso a mídia disponível na escola que serviu para a exibição, e posterior discussão, de dois vídeos sobre o funcionamento básico do GPS e sobre o funcionamento avançado dessa tecnologia. No intervalo entre os vídeos houve um momento para que os participantes expusessem suas dúvidas e estas foram respondidas pela pesquisadora, trazendo sempre os conceitos para a realidade vivida por eles. Esse encontro é o ponto de partida para o aprofundamento dos conceitos, o docente deve aproveitar as dúvidas dos participantes para relacionar com o dia a dia, fortalecendo

as estruturas preexistentes de conhecimento. A ideia desse segundo encontro é dar uma visão do que é a tecnologia e como ela funciona para então passar à fase da teoria da relatividade no terceiro encontro.

O terceiro encontro, também apoiado por recurso midiático, é um momento para que sejam proporcionados aos estudantes conceitos matemáticos e mais profundos acerca do GPS e fazer relação com a teoria da relatividade. O professor deve instigar os estudantes a fazerem uso do GPS e pesquisarem sobre o assunto. A ideia é ampliar o entendimento desta tecnologia para além do uso comum no dia a dia. Ao fim desse encontro, deve-se conversar sobre o que compreenderam e expor curiosidades acerca do GPS e da sua precisão a partir da fórmula matemática, destacando que a falta de precisão apontaria para um local muito distante da real localização do indivíduo.

O quarto e último encontro deve ser desenvolvido distante do conceito de “sei ou não sei”, pois geralmente quando um estudante se depara com qualquer tipo de questionário, tem a sensação de medo e angústia por conta das contínuas avaliações atreladas a notas que são realizadas na escola. Neste sentido, o pesquisador deve explicar o propósito do questionário e tentar coletar com o máximo de fidelidade as respostas dos participantes nesse momento, o que dará uma visão mais realista de como os encontros contribuíram para a construção do conhecimento deles.

Assim, pode-se afirmar que a metodologia empregada para a aplicação do produto educacional foi bastante descontraída e dinâmica, apesar de a Física ser temida por eles notoriamente. O ambiente criado tornou possível uma aprendizagem significativa, sem receios de cometer erros, pois a sala de aula mostrou-se acolhedora e propícia ao conhecimento.

## 5 Metodologia de Trabalho

A disciplina de Física nem sempre é benquista pelos estudantes, porque muitas vezes ela é apresentada a eles como um acumulado de fórmulas que devem ser aplicadas em determinadas situações. Quando essa disciplina é trabalhada dessa maneira, é fato que haverá desestímulo, pois a conexão com a realidade é baixa ou quase inexistente. Ao perceber isso, houve a necessidade de apresentar a Física como um elemento vivo em nossa sociedade, posto que ela faz parte do cotidiano, em todos os aspectos. Pensou-se então em como partir da problemática (baixo interesse) para a possível solução, assim estabeleceu-se um caminho para a aplicação do produto educacional como apresentado no tópico anterior.

Concomitante à metodologia de ensino, os procedimentos adotados para a coleta de dados foram cruciais para entender como a aplicação de aulas diferenciadas podem contribuir para um melhor aprendizado. Neste produto educacional, portanto, delineou-se uma pesquisa do tipo qualitativa e quantitativa, a fim de conhecer os impactos decorrentes de aulas estruturadas a partir do conhecimento prévio do estudante.

Em um universo de 18 turmas e 600 alunos, tendo em média 34 alunos por sala, foram selecionadas 4 turmas, de 2ª e 3ª série do turno matutino por serem turmas com maior contingente de estudantes, assim sendo possível ter um maior recorte da perspectiva dos participantes em relação às aulas. Os dados foram coletados de duas maneiras: observação direta com diálogo e aplicação de questionário. A observação direta permitiu conversar com os estudantes, captar suas perspectivas e tirar suas dúvidas acerca dos assuntos estudados, enquanto o questionário trouxe um reforço positivo em relação ao aprendizado, pois demonstrou que os alunos conseguiram reter muitas informações sobre o GPS e a Teoria da Relatividade. A união desses dois momentos de coleta de dados convergiu para o entendimento de que a Física quando trabalhada a partir da realidade do estudante e de seus conhecimentos prévios tem maior eficácia para o aprendizado, uma vez que os assuntos ficam ancorados a partir de estruturas preexistentes no cérebro.

Confirmou-se a partir do trabalho realizado que utilizar o GPS como ferramenta didática

para ensinar os conceitos fundamentais da relatividade é uma metodologia bastante atrativa para os estudantes, isto porque o estudo parte de uma realidade conhecida por eles até chegar aos conceitos mais complexos. Outro ponto alcançado é que o GPS permitiu também uma compreensão mais visual e concreta de seus princípios, despertando desta maneira o interesse dos participantes pela Física Moderna e suas aplicações no cotidiano.

## 6 Resultados e Discussões

A partir da aplicação do produto educacional em sala de aula foi possível identificar pontos importantes em torno da utilização do GPS como ferramenta didática. Um dos elementos observados foi a curiosidade dos estudantes pelo tema, pois como essa é uma tecnologia que faz parte da realidade deles, tiveram maior facilidade para descrever o funcionamento e até mesmo em que situações fazem uso dela.

Ausubel descreve a aprendizagem significativa como a incorporação de um novo conhecimento àqueles já existentes no cognitivo, gerando uma relação do antigo com o atual (AUSUBEL, 1982). É um processo de armazenamento da informação na estrutura cerebral de modo que possa ser manipulada no futuro. O autor destaca a importância de haver uma conexão entre o que está sendo aprendido com o que o estudante já conhece.

Trazer a tecnologia GPS para a sala de aula foi uma oportunidade para a interação. O ambiente se transformou no momento mesmo em que o assunto foi anunciado, isto porque a maioria deles já sabia do que se tratava ou pelo menos tinham uma concepção do significado. Pelizzari et al. destacam que os conhecimentos dos alunos devem ser valorizados, permitindo a descoberta e redescoberta de outros saberes a partir do conhecido, o que tornará a aprendizagem prazerosa e eficaz (PELIZZARI, 2002).

Cabe destacar a validade de um aprendizado que inicia a partir do conhecido, pois quando isto ocorre a sensação é de segurança e solidez, no entanto quando o estudante embarca em uma jornada de estudo em que a aula inicia por um total desconhecido, a sensação é de aflição e distanciamento e sua atenção não se será detida com facilidade, posto que não há conexão do assunto com a sua estrutura cognitiva. É fundamental, portanto, que o docente, ao iniciar uma nova matéria, faça uma relação com a realidade, trazendo à memória dos aprendizes aquilo que eles conhecem, para então aprofundar-se nos conceitos. Moreira denomina de subsunções esses conhecimentos prévios, os quais não devem ser ignorados, pelo contrário, o docente deve promovê-los (MOREIRA, 2011).

De acordo com Torres “o ensino de Física terá um significado real quando a aprendizagem partir de ideias e fenômenos que façam parte do contexto do aluno, possibilitando analisar o senso comum e fortalecer os conceitos científicos na sua experiência de vida” (TORRES, 2013). Quando o aprendizado é ancorado em experiências e fenômenos familiares aos estudantes, eles conseguem entender melhor os conceitos abstratos e complexos da disciplina. Esse método pedagógico promove um entendimento mais profundo e duradouro, permitindo que os alunos relacionem o conhecimento científico com suas próprias vivências e o senso comum.

O GPS é uma tecnologia amplamente utilizada e conhecida pelos estudantes, seja em smartphones, carros ou dispositivos de navegação. Integrar essa tecnologia no ensino da Física ofereceu uma oportunidade única de contextualizar a Teoria da Relatividade de Einstein de uma maneira tangível e relevante. Inicialmente, os estudantes tiveram um momento para apontar os conhecimentos que possuíam sobre o GPS e fizeram uma apresentação em sala de aula, atividade que foi desenvolvida em grupo. Essa conexão com a realidade fez os alunos perceberem que a Física não é apenas um conjunto de fórmulas e teorias, mas um campo de estudo que tem impacto real e prático em suas vidas.

Reforçando a ideia do ensino de Física, Silva e Assis destacam que a inserção da tecnologia trouxe uma evolução a essa área de conhecimento denominada Física Moderna (SILVA, 2012). Sabendo disso, o docente pode fazer uso de diversos instrumentos tecnológicos para tornar o ensino dessa disciplina mais visual e atrativo. Quando, em sala de aula, os estudantes fizeram uma apresentação sobre o GPS foi notória a empolgação, pois descreveram as características desta tecnologia em cartolina, mas demonstraram como funcionava a partir dos seus smartphones.

O produto educacional demonstrou-se ao longo das aulas desenvolvidas ser bastante positivo para os estudantes, isto porque cada etapa foi realizada tendo como fundamento a teoria da aprendizagem significativa em que os conhecimentos prévios foram resgatados antes de o assunto ser exposto de fato. Por terem um formato interativo, as aulas tornaram-se propícias ao aprendizado e os alunos se sentiram à vontade para expor suas dúvidas. De acordo com Tironi et al. “a aula prática é um recurso educacional atrativo para os alunos e que esta estratégia deveria ser utilizada com maior frequência nas aulas de Física, por despertar emoções positivas nos alunos tais como a curiosidade e o questionamento” (TIRONI, 2013).

A Física, sendo uma ciência que estuda os fenômenos naturais e suas interações, se beneficia enormemente de um ensino que vai além da teoria e se aprofunda na experimentação e observação direta. As aulas promoveram uma aprendizagem ativa, onde os alunos não foram meros receptores de informação, mas agentes ativos em seu próprio processo de aprendizado.

Os gráficos elaborados a partir da aplicação do questionário (vide apêndice) demonstram que os participantes conseguiram abstrair muitas informações no decorrer das aulas realizadas. Vale ressaltar que, a demonstração gráfica não tem o intuito de medir se um aluno sabe ou não determinado conteúdo, mas de ter uma métrica que reforce e fundamente a observação direta em sala. Ao observar os dados consolidados foi possível perceber que os estudantes guardaram os conhecimentos obtidos nas aulas, e isso se dá ao fato da metodologia empregada, visto que não foram colocados diretamente nos assuntos, mas tiveram um contato anterior antes do aprofundamento. A isto, Moreira (2011, p.11) denomina organizador prévio e explica que:

Organizador prévio é um recurso instrucional apresentado em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade em relação ao material de aprendizagem. Não é uma visão geral, um sumário ou um resumo que geralmente estão no mesmo nível de abstração do material a ser aprendido. Pode ser um enunciado, uma pergunta, uma situação-problema, uma demonstração, um filme, uma leitura introdutória, uma simulação. Pode ser também uma aula que precede um conjunto de outras aulas. As possibilidades são muitas, mas a condição é que preceda a apresentação do material de aprendizagem e que seja mais abrangente, mais geral e inclusivo do que este.

No contexto do produto educacional aplicado, a exposição dos conhecimentos prévios aos estudantes trouxe à pesquisadora uma confirmação da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e da Unidade de Ensino Potencialmente Significativa de Moreira. Relacionar a realidade dos alunos com o assunto que será estudado na disciplina de Física é uma atitude bastante positiva, pois gera uma forte conexão entre ambos.

O principal resultado, portanto, da aplicação do produto educacional no contexto do ensino médio a partir da teoria da aprendizagem de Ausubel foi a mudança na percepção dos alunos

em relação à disciplina de Física. Os participantes entenderam que essa disciplina faz parte do cotidiano e que está presente em muitas atividades desenvolvidas por eles, como é o caso do GPS. Foi possível notar que saíram de uma postura resistente à aula de Física para um comportamento mais interativo e participativo, tanto é que apresentaram seus conhecimentos sobre a tecnologia do GPS em sala para os demais colegas.

Assim sendo, é válido afirmar que os objetivos propostos para este trabalho de pesquisa foram alcançados, confirmando a hipótese de que a Física pode ser trabalhada com o apoio da tecnologia e que isso torna o aprendizado significativo para o estudante. A ferramenta didática foi muito produtiva na exploração conceitual e fenomenológica da temática abordada, e trouxe resultados positivos no campo educacional, pois proporcionou aos alunos uma compreensão mais concreta e visual dos conceitos relacionados à Teoria da Relatividade.

## 7 Conclusões

O ensino da física moderna, com ênfase na teoria da Relatividade, apresenta-se como um desafio no contexto da educação básica, especialmente na 2ª série e na 3ª série do ensino médio. A utilização do Sistema de Posicionamento Global (GPS) como ferramenta didática configura-se uma abordagem inovadora e eficaz para despertar o interesse dos alunos e facilitar a compreensão dos conceitos complexos inerentes à Relatividade.

A aplicação deste projeto teve como objetivo estimular a curiosidade dos estudantes e promover um entendimento mais profundo sobre o funcionamento do GPS, uma tecnologia amplamente utilizada no cotidiano. Através de aulas expositivas, experimentos práticos e discussões guiadas, os alunos foram introduzidos aos princípios da relatividade especial e geral, com destaque para a dilatação do tempo e a curvatura do espaço-tempo, elementos fundamentais para o funcionamento preciso do GPS.

Antes da implementação das aulas, observou-se um nível relativamente baixo de interesse e compreensão dos alunos em relação à física moderna. Muitos demonstravam dificuldade em associar os conceitos teóricos com aplicações práticas do dia a dia. No entanto, a introdução do GPS como ferramenta didática proporcionou um contexto real e tangível para o aprendizado, permitindo que os alunos visualizassem de maneira prática a importância da relatividade na tecnologia moderna.

Posterior à aplicação das aulas, foi notável a evolução dos estudantes tanto no interesse quanto na compreensão dos conceitos abordados. Os resultados indicaram um aumento significativo no entendimento dos princípios da relatividade e suas aplicações. Além disso, os alunos demonstraram maior engajamento e participação nas atividades propostas, refletindo uma mudança positiva na percepção da física como disciplina.

Conclui-se que a integração de tecnologias contemporâneas, como o GPS, no ensino de Física Moderna pode ser uma estratégia pedagógica poderosa para melhorar a compreensão e o interesse dos alunos. Este método não apenas facilita o aprendizado de conceitos complexos, mas também

aproxima os estudantes da ciência, mostrando-lhes a relevância e a aplicabilidade da Física em seu cotidiano. Assim, recomenda-se a continuidade e a expansão desta abordagem, visando enriquecer o currículo escolar e preparar os alunos para os desafios científicos e tecnológicos do futuro.

## Referências

- ALECRIM, E. *O que é GPS? Entenda como funciona o sistema de posicionamento global*. 2023. <<https://tecnoblog.net/responde/o-que-e-gps/>>. 35
- ASHBY, N. Relativity in the global positioning system. *Living Reviews in Relativity*, v. 6, n. 1, p. 1, January 28 2003. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.12942/lrr-2003-1>>. 35
- AUSUBEL. *A Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. [S.l.]: São Paulo: Moraes, 1982. 22, 46
- AUSUBEL. *The acquisition and retention of knowledge: a cognitive view*. [S.l.]: Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2000. 23
- AUSUBEL, D. P. et al. *Educational psychology: A cognitive view*. [S.l.]: holt, rinehart and Winston New York, 1968. v. 6. 22
- BARBOSA, A. *Teoria da Relatividade Geral. Uma Introdução*. [S.l.]: IST Press, 2009. 33
- MASINI. *Aprendizagem significativa na escola*. [S.l.]: 1. ed. Curitiba, Paraná: CRV, 2017. 23
- MICOTTI. O ensino e as propostas pedagógicas. *UNESP*, 1999. 21
- MOREIRA. *Teorias de Aprendizagem*. [S.l.]: 2ª ed., EPU, São Paulo, 2011. 22, 42, 46
- MOREIRA. After all, what is meaningful learning? 2014. Disponível em: <<https://www.if.ufrgs.br/~moreira/alfinal.pdf>>. 14
- NATÁRIO. *O GPS E A TEORIA DA RELATIVIDADE*. 2013. <<https://www.math.tecnico.ulisboa.pt/~jnatar/lectures/GPS.pdf>>. 35, 38
- NATÁRIO. *Espaço-tempo de Minkowski: a Física como Geometria*. 2014. <<https://www.math.tecnico.ulisboa.pt/~jnatar/lectures/Minkowski.pdf>>. 24
- OLIVEIRA, I. S. *Física Moderna para Iniciados, Interessados e Aficionados Volume 1*. São Paulo: Livraria da Física, 2005. 24
- PELIZZARI, e. a. Teoria da aprendizagem significativa segundo ausubel. *PEC Curitiba*, v. 2, n. 1, p.37-42, 2002. 46
- QUEIROZ, E. A. *O uso do GPS como recurso pedagógico para o estudo de elementos da geometria analítica*. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Educação)) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 2016. 15
- SILVA, L. F. A. A. física moderna no ensino médio: um exemplo para abordar o efeito fotoelétrico. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*. v. 29, n. 2, p. 313-324, 2012. 47
- SOBRAL, E. d. C. *Teoria da Relatividade Restrita: Proposição de ensino na construção do conceito de dilatação do tempo para alunos com retinose pigmentar*. Dissertação (Dissertação (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física)) — Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Marabá, PA, 2019. 16

- SOBRINHO, P. R. F. d. S. *Sequência didática para o ensino médio sobre o tempo: breves implicações filosóficas sobre o tempo e a Teoria da Relatividade Restrita*. Dissertação (Dissertação (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física)) — Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas, Universidade Federal do Amazonas, Manaus, AM, 2021. 16
- SUSSKIND, L.; FRIEDMAN, A. *Special Relativity and Classical Field Theory*. New York: Basic Books, 2017. 24
- TIRONI. A aprendizagem significativa no ensino de física moderna e contemporânea. In: *Atas do IX Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – IX ENPEC*. Águas de Lindóia (SP): [s.n.], 2013. 47
- TORRES. *Educação em energia elétrica - uma proposta didática para EJA*. 99f. Tese (Dissertação de Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2013. 47
- YAMASHITA, F. K. d. S. *Sequência didática para o ensino da cinemática relativística por meio das TICs*. Dissertação (Dissertação (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física)) — Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas, Universidade Federal do Amazonas, Manaus, AM, 2021. 17
- ZUCCONI, A. *Positioning and Trilateration*. 2017. <<https://www.alanzucconi.com/2017/03/13/positioning-and-trilateration/>>. 9, 38, 39, 40, 41

# APÊNDICE A – PRODUTO EDUCACIONAL

## APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional foi aplicado em uma escola mantida pelo governo localizada na cidade de Itacoatiara, na área rural de Novo Remanso. A instituição oferece o Ensino Médio regular durante o dia e o Ensino Mediado por tecnologia à noite. Para a realização desse produto educacional, optamos por quatro turmas, três da 2ª série e uma da 3ª série do ensino médio do período do matutino. Ao todo, a escola possui dezoito turmas divididas entre os três anos do Ensino Médio. A Escola Estadual Sérgio Mendonça de Aquino está localizada em uma área com baixo poder econômico em comparação com o restante do Brasil e tem como principal público alunos de baixa e média renda. Atualmente, atende cerca de 600 estudantes nos períodos matutino, vespertino e noturno.

A gestão da escola não apresentou obstáculos para a realização e implementação do novo produto educacional. Em relação ao corpo pedagógico, pudemos observar boa disposição para colaborar no que fosse necessário.

Os estudantes do Ensino Médio dessa instituição frequentam a disciplina de Física em todas as séries. Com isso, houve a possibilidade de escolher entre aplicar o produto educacional para as turmas do primeiro, segundo ou terceiro ano. Visando facilitar a compreensão do conteúdo pelos alunos, e levando em consideração que o produto educacional envolve conhecimentos de Física Moderna como a relatividade restrita e geral, optou-se por aplicá-lo para quatro turmas do segundo ano do Ensino Médio.

## PROCEDIMENTOS DA APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

A aplicação do produto educacional foi realizada ao longo de quatro aulas, conforme demonstrado na Tabela 1.

Ao longo dessas aulas, disponibilizou-se uma cartolina para cada um dos quatro grupos em cada turma, com o objetivo de verificar o conhecimento prévio dos alunos sobre os conceitos introdutórios da Física Moderna, como a relatividade restrita e a relatividade geral, e sua importância para o funcionamento do GPS. Além disso, a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel que descreve o comportamento teórico do processo de aprendizagem cognitiva a partir do raciocínio dedutivo do sujeito baseado em conhecimento prévio foi empregada para identificar alguns conceitos-chave (AUSUBEL, NOVAK e HANESIAN, 1968).

<b>AULAS</b>	<b>ATIVIDADES</b>	<b>TEMPO DE AULA</b>
Aula 1	Demonstração dos alunos utilizando cartolinas para compartilhar seu conhecimento prévio.	40 minutos
Aula 2	Exibição de vídeos para os alunos: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funcionamento do Sistema de Posicionamento Global (GPS). Duração: 10 minutos e 15 segundos. Ciência no cotidiano.</li> <li>• Explicação avançada sobre o funcionamento do GPS por um Astrofísico. Duração: 11 minutos e 32 segundos.</li> </ul>	40 minutos
Aula 3	Apresentação em vídeo para os alunos: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explorando a matemática por trás do GPS.</li> <li>• Desvendando os mistérios do GPS - Uma análise aprofundada (Duração do vídeo: 5 minutos e 42 segundos)</li> <li>• Abordagens: Trilateração e exemplificação da geometria analítica.</li> <li>• O GPS: uma visão da relatividade geral e suas aplicações. (Duração do vídeo: 14 minutos e 22 segundos)</li> </ul>	40 minutos
Aula 4	Analisando os desempenhos por meio da realização de questionários sobre os assuntos abordados nos vídeos.	40 minutos

Tabela 1 – Fonte: da autora (2024)



Imagem 1 – Produção dos conhecimentos prévios na cartolina e apresentações - Turmas 2°01,2°02,2°03 e 3° 01 . Fonte: da autora 2024.

Em seguida, foram exibidos três vídeos relacionados ao tema e, por fim, foi aplicado um questionário aos alunos para avaliar o progresso de aprendizagem ao longo das diferentes etapas do processo da aplicação do produto educacional.

A primeira aula com os alunos ocorreu em 19 de fevereiro de 2024 e durou 40 minutos. Foi realizada a apresentação do tema do produto educacional e os alunos foram organizados em quatro grupos em cada turma. Discutiu-se ainda os materiais que seriam utilizados por cada grupo e a maneira como cada grupo deveria se apresentar. O objetivo dessa atividade foi introduzir o produto educacional e permitir que cada grupo compartilhasse seus conhecimentos prévios, lembrando que é importante considerar que o conhecimento prévio pode e deve variar dependendo do meio social e de uma série de outros fatores (MOREIRA, 2005).

A imagem (1) demonstra a produção dos conhecimentos prévios dos alunos feita em uma cartolina disponibilizada no início da aula.

Na primeira aula do dia 19 de fevereiro de 2024, os alunos de quatro turmas realizaram uma atividade em que foram desafiados a produzir um trabalho em cartolinas sobre o tema "O que é o GPS e qual é a sua função?". Para isso, os estudantes utilizaram os seus conhecimentos prévios sobre o assunto e pesquisaram informações adicionais para enriquecer a sua apresentação.

As cartolinas produzidas pelos alunos continham informações detalhadas sobre o que é

o GPS, abordando desde a definição do termo até a sua evolução ao longo do tempo. Além disso, os estudantes também descreveram a importância do GPS na sociedade contemporânea e apresentaram exemplos práticos de como esse sistema de posicionamento global é utilizado no dia a dia. Após a produção das cartolinas, os alunos realizaram uma apresentação para as turmas e compartilharam os seus conhecimentos sobre o tema. Durante as apresentações, os estudantes puderam se expressar, trocar ideias e debater sobre as diferentes aplicações do GPS, enriquecendo ainda mais o seu aprendizado.

As apresentações dos grupos foram muito enriquecedoras para os alunos, pois além de fortalecer o conhecimento sobre o tema, também estimulou a colaboração, o trabalho em equipe e a expressão oral. Os estudantes puderam colocar em prática as habilidades adquiridas em sala de aula e aprender de forma mais dinâmica e significativa. Foi um momento de produção de material potencialmente significativo ou como denominado por Valadares (2011) conteúdo potencialmente significativo, que deve apresentar significado lógico, coerente e plausível.

Dessa forma, a produção e apresentação das cartolinas sobre o GPS foram uma experiência positiva e enriquecedora para os alunos, que puderam ampliar os seus conhecimentos. A imagem 2 abaixo destaca o momento em que os alunos expuseram seus conhecimentos prévios em sala de aula.

A aula 02 foi no dia 20 de fevereiro de 2024, em que foram apresentados vídeos com os temas "como o GPS funciona parte 1" e "como o GPS funciona parte 2".

Nos vídeos que foram passados para os alunos (ver referências **CIÊNCIA TODO DIA, FÍSICO RADIOATIVO, PROESTUDO** e **SILVA Rodrigo Nemmen da**) destacam os seguintes temas:

1. A importância do sistema de posicionamento global (GPS)
2. Popularidade e utilização do GPS
3. Precisão do GPS em determinar a localização
4. Fundamentos teóricos por trás do GPS (teoria da relatividade de Einstein e física quântica)
5. O GPS como o ápice do conhecimento humano



Imagem 2 – exposição do conhecimento prévio em sala. Fonte: da autora 2024.

6. História do GPS, iniciando com a localização do Sputnik-1
7. Desenvolvimento do GPS a partir do uso de satélites
8. Funcionamento do GPS baseado em satélites em órbita
9. Facilidade e simplicidade do princípio do GPS

Os vídeos que foram passados para os alunos falam sobre o Sistema de Posicionamento Global, mais conhecido como GPS, e destacam a importância e a complexidade dessa tecnologia, além disso destaca o GPS como uma das tecnologias mais populares do planeta, com mais de seis bilhões de aparelhos em todo o mundo que fazem uso desse sistema. Fica ressaltado também que o GPS permite descobrir a posição com precisão, seja com metros ou até mesmo com centímetros de precisão, a partir do uso de um celular ou aparelhos mais especializados. Em

se tratando da Teoria da Relatividade de Einstein, os autores dos vídeos dão ênfase em que essa tecnologia GPS representa o ápice do conhecimento humano.

Destaca-se a história do GPS que teve o início quando dois físicos conseguiram localizar o satélite Sputnik-1 utilizando sinais de rádio emitidos pelo satélite e computadores. A partir desse sucesso, foram convidados pelo governo americano para investigar a possibilidade de utilizar satélites em órbita terrestre para determinar a posição na Terra, o que resultou no desenvolvimento do GPS.

Relata ainda que o GPS consiste em uma rede de 30 satélites em órbita ao redor do planeta a uma altura de 20 mil km, que permite a qualquer receptor determinar sua posição na Terra com base nesses satélites como pontos de referência. A tecnologia por trás do GPS é simplificada, mas sua implementação envolveu um grande conhecimento e pesquisa científica.

No vídeo demonstrado aos alunos notou-se que o GPS se tornou essencial nos dias de hoje, pois necessita do conhecimento sobre o universo para funcionar na Terra, representando uma conquista significativa da humanidade na área da tecnologia e das ciências espaciais.

## Um exemplo para explicar o funcionamento do GPS

Vamos imaginar que você queira achar um tesouro que está enterrado perto de um campo de futebol. Para te ajudar a encontrá-lo, vou te dar distâncias em relação a três pontos de referência. Primeiro, o tesouro está a 40 metros do canto superior direito do campo, a 30 metros do canto inferior direito e a 70 metros do canto superior esquerdo. Para encontrar a localização exata do tesouro, vamos seguir algumas instruções. Comece marcando todos os pontos a 40 metros do canto superior direito. Isso criará um círculo com um raio de 40 metros. Repita o processo com o segundo ponto de referência a 30 metros do canto inferior direito, criando outro círculo. Os dois círculos se cruzarão em dois pontos, e o tesouro deve estar em um deles. Com a terceira referência, desenhe um círculo com raio de 70 metros em torno do canto superior esquerdo. O ponto onde os três círculos se cruzam é a localização exata do tesouro. O GPS do seu celular funciona de maneira semelhante. Ele usa a distância até quatro satélites e a posição exata deles no espaço para calcular a sua localização na Terra. A interseção das distâncias até os satélites é o

ponto onde você está. Essa é a teoria por trás do funcionamento do GPS, mas na prática, é assim que ele te ajuda a encontrar o caminho certo.

A aula 03 foi no dia 21 de fevereiro de 2024 com apresentações dos vídeos 3 e 4 com os temas “A Matemática do GPS” e “a relativa geral e a relativa restrita de Albert Einstein”. O vídeo 3 trouxe os seguintes temas “A matemática por trás do GPS, como é calculada a distância até um satélite?” e a “Geometria analítica da terra”.

## A matemática por trás do GPS

O princípio matemático usado é o chamado trilateração. A trilateração é o princípio matemático utilizado pelo GPS (Sistema de Posicionamento Global) para determinar a localização de um receptor baseado nas medições de distância de pelo menos três satélites. Para que a trilateração funcione, é necessário que o receptor do GPS receba sinais de pelo menos três satélites em órbita ao redor da Terra. Cada satélite transmite um sinal contendo sua posição e o tempo em que o sinal foi enviado. O receptor do GPS então calcula a distância de cada satélite com base no tempo que o sinal levou para chegar até ele (considerando a velocidade da luz) e, com isso, determina a sua própria localização. Por meio da trilateração, o receptor do GPS calcula a sua posição exata ao determinar os pontos de interseção das esferas (ou círculos, no caso de 2D) formadas pelas distâncias calculadas a partir de cada satélite. Dessa forma, o receptor consegue determinar a sua posição precisamente em latitude, longitude e altitude. É importante ressaltar que, para obter uma localização mais precisa, é ideal receber sinais de mais de três satélites. A trilateração é um princípio matemático fundamental para o funcionamento do GPS e tem sido essencial para uma ampla gama de aplicações, desde navegação até monitoramento de veículos e pessoas.

## Um exemplo na prática

Imagine que você precise encontrar alguém em Itacoatiara e receba três mensagens com a localização dessa pessoa. A primeira mensagem indica que a pessoa está a 450 metros do

mercado dos pinhões, a segunda mensagem diz que ela está a 900 metros da Praça dos Leões e a terceira mensagem informa que ela está a 950 metros do Ginásio da Escola Gilberto Mestrinho. Um receptor GPS opera de forma semelhante, porém em três dimensões. Cada mensagem recebida corresponde a um círculo no mapa, com o raio igual à distância da pessoa aos pontos de referência. A interseção desses círculos determina com precisão a localização da pessoa, como por exemplo, na SEMED de Itacoatiara, na Avenida Parque.

## Como é calculada a distância até um satélite?

Os sinais enviados pelos satélites viajam à velocidade da luz e chegam a um receptor na Terra. O receptor identifica o satélite e ambos se sincronizam, resultando em um pequeno atraso nos relógios de ambos. Devido à distância entre o satélite e o receptor, o tempo que o sinal leva para chegar é calculado multiplicando a velocidade da luz no vácuo (299.792.458 metros por segundo) pelo atraso no tempo. O receptor GPS recebe sinais de pelo menos quatro satélites simultaneamente (S1, S2, S3 e S4).

## Geometria analítica da terra

A Geometria Analítica da Terra considera a Terra como um sistema de coordenadas, com sua origem localizada no centro do planeta. O eixo Z passa pelo Polo Norte, o eixo X passa pelo cruzamento do Equador com o meridiano de Greenwich próximo à costa sudoeste da África, e o eixo Y passa pelo Equador, formando um ângulo de  $90^\circ$  com os eixos X e Z. Ao receber o sinal S1 de um satélite, um receptor situado a uma distância unitária do satélite cria uma esfera imaginária com centro no satélite e com a posição do receptor na superfície da esfera. Sincronizado com o satélite, o receptor obtém os dados de sua órbita para localização nos pontos  $a_1$ ,  $b_1$  e  $c_1$  do sistema de eixos coordenados, com esses dados formando a equação da esfera imaginária.

Da mesma forma, os satélites dois, três ou mais que estão ao alcance do receptor possuem

suas equações de posição geradas. É importante ressaltar que existem outros fatores, como a teoria da relatividade, que influenciam no cálculo da distância entre o satélite e o receptor.

O vídeo 4 trouxe os temas da relatividade restrita e a relatividade geral. O sistema de posicionamento global (GPS) é considerado a principal aplicação prática da teoria da relatividade. Se não fossem considerados os efeitos da dilatação do tempo da relatividade restrita e da gravidade sobre a passagem do tempo, os erros no GPS se acumulariam rapidamente, tornando a geolocalização do sistema ineficaz. Isso significa que, se a teoria da relatividade não fosse levada em consideração nos cálculos realizados pelos aplicativos como Google Maps ou Apple Maps para determinar a posição do usuário na Terra, esses aplicativos seriam inúteis.

## Como o sistema de GPS opera

Cada satélite em órbita transmite sinais de rádio com informações precisas sobre sua posição e o tempo registrado pelo relógio atômico a bordo. Estes sinais são captados por receptores ou dispositivos de geolocalização na superfície da Terra para determinar a localização exata do usuário.

O seu celular ou os sistemas de navegação por satélite nos carros usam satélites para localizar e guiar os veículos. Para funcionar corretamente, é necessário que pelo menos quatro satélites estejam visíveis para o receptor. Na animação apresentada, mostramos a variação do número de satélites visíveis nos Estados Unidos ao longo do tempo. Quanto mais satélites visíveis, melhor será a precisão da geolocalização. O processo envolvido no sistema de GPS consiste em receber o sinal dos satélites e realizar uma triangulação para determinar a posição do receptor.

Considerando um único satélite enviando sinais para um smartphone, a altura da órbita do satélite é de aproximadamente 20 mil quilômetros. Isso gera um efeito de dilatação do tempo, tornando o tempo passado no satélite diferente do tempo passado no smartphone na Terra. Além disso, há um efeito de sincronização nos relógios do satélite e do smartphone devido às diferenças nos potenciais gravitacionais em que estão inseridos. Mesmo que os efeitos de dilatação do tempo e de relatividade sejam pequenos, são relevantes para garantir a precisão necessária na geolocalização.



Imagem 3 – Vídeos sobre o GPS em sala de aula.

Quantitativamente como que esses dois efeitos causam a de sincronização dos relógios De que forma esses dois fatores afetam a sincronização dos relógios em termos quantitativos? Imagine dois relógios: um localizado na superfície do planeta Terra, como o do seu smartphone, e outro em azul, carregado pelos satélites de GPS. O relógio azul está em uma região com um campo gravitacional potencial diferente, pois está orbitando o planeta Terra em uma velocidade específica. Isso influencia a sincronização dos relógios de que maneira?

## Calcular o atraso na diferença de tempo medido nesses dois relógios

Determinar a discrepância entre os tempos registrados nos dois relógios. Suponhamos que um intervalo de tempo específico transcorra no relógio do satélite, resultando em seu tempo próprio, enquanto outro intervalo de tempo, representado por  $\Delta t$ , passe no relógio terrestre.

A apresentação dos vídeos foi realizada em sala de aula conforme demonstra a imagem 3 abaixo em que os alunos receberam explicações acerca de como funciona o GPS e os cálculos existentes nele para que tenha maior precisão.

Ao apresentar as aulas por meio de mídias em sala de aula foi possível perceber que a TAS de Ausubel é especialmente relevante para o ensino de Física no ensino médio, pois oferece uma abordagem que facilita a compreensão profunda e duradoura dos conceitos físicos. Essa teoria destaca a importância de relacionar novos conhecimentos aos conhecimentos prévios dos alunos, promovendo uma compreensão mais integrada e coerente.

A aula 04 foi no dia 22 de fevereiro de 2024 em que foi realizada a aplicação do questionário



Imagem 4 – Aplicação do questionário

para os alunos no intuito de verificar qual o nível de aproximação do estudante com os conhecimentos relacionados ao GPS e à Teoria da Relatividade de Einstein, tendo como fundamento os vídeos que foram exibidos e discutidos ao longo das aulas.

Nas quatro turmas foi entregue um questionário para cada aluno, o qual possui 20 questões relacionadas aos assuntos vistos durante as aulas. A imagem 4 demonstra o momento em que os participantes responderam ao questionário em sala de aula.

## RESPOSTAS DO QUESTIONÁRIO DE MAPEAMENTO DOS ALUNOS

Os gráficos das respostas ao questionário de mapeamento das Turmas 2º 01 , 2º 02, 2º 03 e 3º 01 são apresentados nas figuras a seguir. Por uma questão de melhor organização e fluxo de leitura, optou-se por reproduzir cada uma das questões contidas no questionário. Salienta-se que apesar da apresentação dos dados estarem na forma de gráficos e percentuais, não foi o intuito da pesquisa fazer uma análise quantitativa e chegar a conclusões estatísticas, mas sim analisar a evolução das turmas que participaram do processo de aprendizagem significativa.

Antes da aplicação do questionário foi explicado aos participantes que a ideia das questões não era a de atribuir uma nota ou determinar se eles sabiam ou não, mas sim o de contribuir para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Os dados estavam sendo coletados para fins

científicos e que seria mantido o anonimato em relação aos seus nomes. Além disso, explicou-se acerca da importância da pesquisa e sobre a oportunidade de aprendizado gerada a partir dessa experiência.

As respostas dadas pelos alunos foram tabuladas no MS Excel 2016 da Microsoft e organizadas de forma a gerar dados consolidados e apresentados em forma de gráfico como exposto a seguir.

1. Quantos satélites operam no sistema GPS?
2. Qual é o princípio matemático usado no GPS?
3. Como é medida a distância entre um receptor GPS e um satélite?
4. Quantos satélites são necessários para determinar a posição de um receptor?
5. Como a terra é modelada geometricamente no sistema GPS?
6. Qual é a importância do raio da Terra no cálculo da distância no sistema GPS?
7. O que significa a sigla de GPS?
8. Como funciona o sistema de GPS ?
9. Quais são os principais efeitos da relatividade que afetam o funcionamento do GPS?
10. Como o Efeito da gravidade afeta os relógios nos satélites e nos dispositivos GPS na Terra?
11. Como o efeito da gravidade afeta relógios nos satélites e nos dispositivos GPS na terra?
12. Por que os efeitos da relação são importantes para o GPS ?
13. Qual é o principal dos relógios atômicos nos satélites GPS?
14. Como a velocidade especial da luz se relaciona com a medição de tempo no GPS?
15. Como a relatividade especial de Einstein os relógios nos satélites GPS?
16. Como a relatividade geral de Einstein afeta os relógios nos satélites GPS?
17. Qual seria o erro no GPS se não fossem aplicadas as correções da relatividade?

### Questão 1



Imagem 5 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 1 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01 .

### Questão 2



Imagem 6 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 2 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01.

### Questão 3



Imagem 7 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 3 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01 .

18. Como o GPS determina a distância entre o dispositivo e os satélites?
19. Por que a física quântica é relevante para o funcionamento do GPS?
20. Por que o GPS é considerado uma das maiores realizações do conhecimento humano?

### Questão 4



Imagem 8 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 4 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01

### Questão 5



Imagem 9 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 5 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01.

### Questão 6



Imagem 10 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 6 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01.

## Questão 7



Imagem 11 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 7 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01.

## Questão 8



Imagem 12 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 8 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01.

## Questão 9



Imagem 13 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 9 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01.

## Questão 10

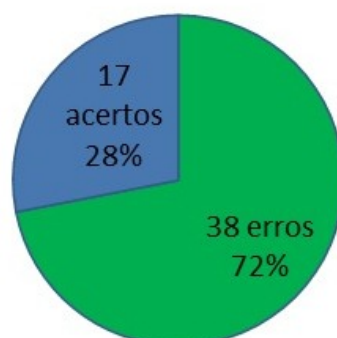


Imagem 14 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 10 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01.

## Questão 11

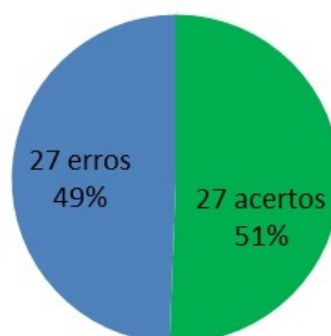


Imagem 15 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 11 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01.

## Questão 12



Imagem 16 – 12: Gráfico gerado a partir das respostas à questão 12 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01.

### Questão 13



Imagem 17 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 13 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01.

### Questão 14

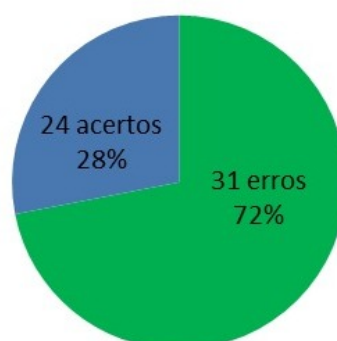


Imagem 18 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 14 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01.

### Questão 15

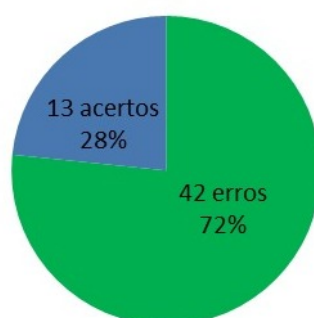


Imagem 19 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 15 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 e 2º 02 .

### Questão 16

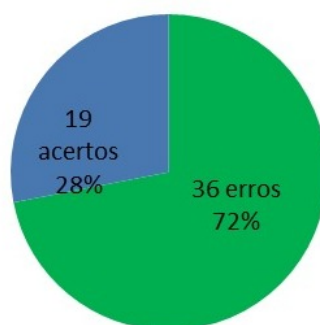


Imagem 20 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 16 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01.

### Questão 17

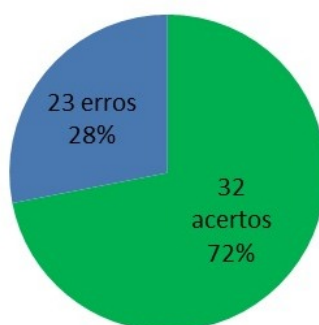


Imagem 21 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 17 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º01.

### Questão 18



Imagem 22 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 18 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º 01.

## Questão 19

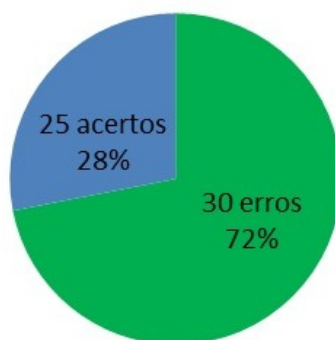


Imagem 23 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 19 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º 01.

## Questão 20

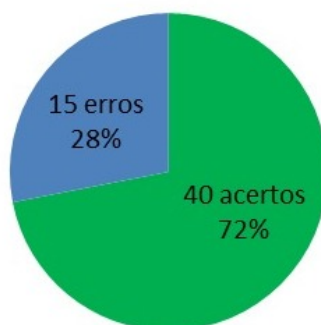


Imagem 24 – Gráfico gerado a partir das respostas à questão 20 do questionário de mapeamento pelos alunos das Turmas 2º 01 ,2º 02,2º 03 e 3º 01.

Após a análise dos gráficos das respostas ao questionário de mapeamento dos alunos das turmas 2º 01, 2º 02, 2º 03 e 3º 01, foi possível perceber que, em geral, os estudantes conseguiram aprimorar os seus conhecimentos através dos vídeos que foram passados sobre o funcionamento e os princípios do sistema GPS. As respostas demonstram que a maioria dos alunos compreenderam a quantidade de satélites em operação no sistema, o princípio matemático utilizado, a medição de distância, a importância do raio da Terra nos cálculos, a modelagem da Terra geometricamente, a sigla do GPS, o funcionamento do sistema, os efeitos da relatividade que afetam seu funcionamento, a relação com os relógios nos satélites, a importância dos efeitos da relatividade, a utilização de relógios atômicos, a velocidade da luz na medição de tempo, a relatividade especial e geral de Einstein, os erros que ocorreriam sem as correções da relatividade, a determinação da distância entre dispositivos e satélites, a relevância da física quântica e a

consideração do GPS como uma grande realização do conhecimento humano.

Esses resultados nos gráficos indicam que os temas abordados para os alunos contribuíram para aprimorar os conhecimentos sobre tecnologias fundamentais para a nossa sociedade, como o sistema de posicionamento global. Além disso, é possível observar que os estudantes estão cientes da complexidade e da interdisciplinaridade envolvidas no funcionamento do GPS, uma vez que questões relacionadas à física, matemática e tecnologia foram abordadas no questionário.

Ao conversar com os alunos em sala de aula foi possível notar algumas falas a respeito dos temas estudados como demonstrado na tabela 2.

Tabela 2 – Observação direta com os estudantes

<b>Aluno (nome fictício)</b>	<b>Comentário sobre a aula</b>
Ana (2º ano)	"Nunca pensei que entender como o GPS funciona poderia ser tão interessante, a aula foi super dinâmica e cheia de exemplos práticos".
Benjamin (3º ano)	"Foi incrível ver como a física está presente no nosso dia a dia. Entender os princípios por trás do GPS me fez perceber como a ciência é fundamental para a tecnologia que usamos".
Larissa (2º ano)	"Eu sempre achei física difícil, mas a aula de hoje mudou minha visão. Aprender sobre GPS com exemplos reais e atividades práticas foi muito divertido e educativo."
Ricardo (3º ano)	"A abordagem dinâmica da aula fez toda a diferença. Eu consegui visualizar o funcionamento do GPS e isso me motivou a aprender mais sobre física."

Foi muito proveitoso ver os alunos tão engajados. Eles trabalharam em equipe, discutiram ideias e ajudaram uns aos outros a entender os conceitos. Além disso, promovemos uma discussão aberta sobre a teoria da relatividade, onde cada aluno pôde compartilhar suas percepções e dúvidas. Os alunos ficaram impressionados ao ver como a teoria de Einstein se aplica diretamente à tecnologia do GPS. Muitos deles comentaram que nunca tinham imaginado que algo tão abstrato pudesse ter uma aplicação tão prática e cotidiana.

A abordagem dinâmica e interativa permitiu que os alunos não só entendessem a teoria por trás do GPS e da relatividade, mas também vissem a aplicação prática desses conceitos. Ver a curiosidade e o engajamento deles foi extremamente recompensador e me motivou a continuar explorando métodos de ensino inovadores e interativos.

Dessa forma, a observação direta e o questionário de mapeamento se mostram ferramentas

importantes para avaliar o nível de compreensão dos alunos em relação ao tema e para identificar possíveis lacunas no conhecimento. A partir desses resultados, os professores podem elaborar estratégias de ensino mais eficazes e adequadas às necessidades dos estudantes, visando aprimorar a aprendizagem e o entendimento dos sistemas de posicionamento global e suas aplicações no cotidiano.

## Relato de Experiência do Produto Educacional

A aplicação do produto educacional ocorreu no contexto da Escola Estadual Sérgio Mendonça de Aquino, instituição que fica localizada na Vila de Novo Remanso, zona rural da cidade de Itacoatiara-AM. A escola atende exclusivamente a demanda de alunos do ensino médio, 1ª à 3ª série, nos turnos matutino, vespertino e noturno. A partir do quantitativo de turmas foi determinado o recorte para a realização da pesquisa, assim foram selecionadas salas de aula da 2ª e 3ª série para o estudo da Física Moderna. Inicialmente houve uma conversa com a equipe diretiva a fim de explicar os fundamentos da pesquisa e os objetivos propostos, demonstrando a importância de utilizar instrumentos do cotidiano para o aprendizado de conceitos complexos da Física. Neste primeiro momento foi feito também o alinhamento com o setor pedagógico para a organização do tempo a ser utilizado com as turmas durante as semanas de forma a não interferir nas demais programações da escola. Após este momento, apresentei-me para as turmas em que o produto seria aplicado. Foi um contato crucial para que os estudantes compreendessem o que se sucederia nas próximas aulas. Eles não foram pegos de surpresa, pois houve uma conversa introduzindo o assunto que seria trabalhado, trazendo à memória experiências acerca do objeto de estudo, o GPS. As aulas foram organizadas e distribuídas em quatro encontros, criando um intervalo para as reflexões e absorção dos assuntos. No encontro 1, os alunos foram conduzidos a demonstrarem o conhecimento que possuíam acerca do GPS, para isso foram organizados em grupo e cada grupo recebeu uma cartolina para realizarem os registros. A sala se mobilizou inteira e os participantes sentiram a diferença da aula, pois saiu imediatamente do formato padrão de aula expositiva. Foi possível perceber que estavam curiosos em relação aos demais grupos, pois queriam saber como estavam fazendo. Os alunos puderam tirar dúvidas sobre o que seria válido ou não colocar na cartolina, mas a orientação é que poderiam ficar à vontade para registrar tudo o que achavam estar relacionado com o GPS. Eles escreveram

na cartolina e fizeram desenhos representando o uso do GPS no dia a dia e em situações de localização por meio do smartphone. Eles organizaram suas ideias na cartolina e se prepararam para apresentar para a turma toda. Inicialmente estavam bastante constrangidos por se tratar de uma apresentação, na maioria das vezes os estudantes tendem a ficarem receosos das críticas ou de estarem errados ao falar sobre determinados assuntos, principalmente por não terem domínio do que estão falando. Ainda assim tiveram coragem para apresentar. O fato de estarem em equipe facilitou muito, pois eles se apoiaram uns nos outros. Assim, ao longo da apresentação cada um falou sobre determinado aspecto do que o GPS representa na sociedade e como ele faziam uso dele no dia a dia. Durante essa atividade prática que envolvia o uso de GPS, pude observar com grande interesse a maneira como os alunos aplicavam seus conhecimentos prévios sobre essa tecnologia. Logo no início, foi perceptível que muitos estudantes já possuíam familiaridade com o GPS, seja por experiências cotidianas, como o uso em aplicativos de navegação ou jogos online. Eles discutiram com naturalidade conceitos como localização, rotas e precisão, demonstrando que, mesmo fora do ambiente escolar, o GPS já fazia parte de suas rotinas. Essa conexão entre o conteúdo técnico e a vivência pessoal despertou neles maior engajamento durante a atividade. Conforme a atividade avançava, os alunos começaram a compartilhar histórias e exemplos de como o GPS impactava suas ações. Alunos de áreas rurais relataram como a tecnologia é utilizada para marcar coordenadas de terrenos. Já outros destacaram a importância do GPS em situações urbanas, como localizar endereços em cidades vizinhas. A pesquisadora notou que, além do conhecimento técnico, os alunos mostraram habilidade em contextualizar o uso da tecnologia em diferentes cenários, compreendendo seu valor prático e impacto no dia a dia. Essa troca de experiências enriqueceu o aprendizado coletivo e revelou o potencial dos estudantes em conectar teoria e prática. Ao final da atividade, a pesquisadora refletiu sobre o entusiasmo dos alunos e a profundidade de suas contribuições. Ela percebeu que, ao relacionar o conteúdo escolar com situações reais e práticas de seu cotidiano, os estudantes não apenas consolidaram conhecimentos, mas também ampliaram sua visão crítica sobre o uso de tecnologias. O envolvimento ativo, os debates e a troca de saberes evidenciaram que experiências que partem do conhecimento prévio dos alunos têm o poder de transformar a sala de aula em um espaço dinâmico e significativo de aprendizado. Essa percepção reforçou a importância de integrar metodologias que valorizem as vivências dos estudantes, promovendo maior engajamento e compreensão do conteúdo. Durante o encontro 2 dedicado à Física Moderna, os alunos do ensino médio foram introduzidos a conceitos relacionados ao Sistema de Posicionamento Global (GPS) por meio de uma abordagem audiovisual. A pesquisadora iniciou a aula contextualizando o

tema, destacando a relevância do GPS no cotidiano e sua ligação com princípios da Física Moderna, como a relatividade e os avanços tecnológicos na área de satélites. Em seguida, foi exibido o primeiro vídeo, intitulado "Funcionamento do Sistema de Posicionamento Global", que apresentava de forma simples e visualmente atrativa como os satélites, a triangulação e os sinais de rádio permitem a determinação precisa de localizações. A atenção dos alunos foi notável, com olhares fixos na tela e anotações frequentes durante a exibição. Após o término do primeiro vídeo, a pesquisadora conduziu uma breve discussão para verificar a compreensão dos alunos e introduzir o segundo material, "Explicação Avançada sobre o Funcionamento do GPS por um Astrofísico". Este vídeo aprofundava o tema, abordando conceitos como a dilatação temporal prevista pela Teoria da Relatividade de Einstein e sua influência no funcionamento dos relógios atômicos nos satélites. Durante a exibição, foi possível observar a curiosidade crescente dos alunos, evidenciada por expressões de surpresa e comentários sussurrados entre colegas. Ao final, muitos estavam ansiosos para expor suas dúvidas, demonstrando o impacto que os vídeos tiveram no despertar do interesse pela temática. Na etapa seguinte, abriu-se espaço para perguntas, o que resultou em uma rica troca de ideias. Alguns alunos demonstraram curiosidade sobre o funcionamento dos relógios atômicos e como eles se diferenciam dos relógios comuns. Outros levantaram dúvidas mais conceituais, como os efeitos da gravidade na dilatação temporal e como os cálculos dos satélites compensam essas variações. Um grupo de estudantes trouxe exemplos práticos, questionando como o GPS consegue funcionar em áreas de difícil acesso ou locais remotos. Esses questionamentos mostraram que os alunos estavam não apenas compreendendo os aspectos teóricos, mas também relacionando-os com situações do cotidiano. Ao final da aula, o entusiasmo dos alunos era evidente. Muitos expressaram que os vídeos os ajudaram a visualizar de forma concreta a aplicação de conceitos complexos da Física Moderna, tornando-os mais acessíveis e interessantes. A aula também gerou um sentimento de admiração pela ciência e seus avanços, motivando os estudantes a explorarem mais sobre o tema. A pesquisadora encerrou propondo que os alunos pesquisassem outras aplicações da relatividade na tecnologia, preparando o terreno para futuras discussões e consolidando o aprendizado de maneira prática e envolvente. No terceiro encontro da série de aulas sobre o GPS, os alunos do ensino médio foram imersos em uma abordagem interdisciplinar que conectava a matemática, a física e as aplicações práticas dessa tecnologia. A pesquisadora iniciou lembrando os temas já discutidos nas aulas anteriores e destacando que, neste encontro, os vídeos apresentariam uma visão mais técnica e analítica sobre o GPS. Em um breve discurso introdutório, ela destacou a importância da matemática na construção do sistema, a contribuição da relatividade geral para sua precisão e a complexidade do

funcionamento do GPS. Essa introdução captou a atenção dos alunos, que se mostraram curiosos sobre como essas áreas se conectavam. O primeiro vídeo, "Explorando a Matemática por trás do GPS", revelou os cálculos envolvidos na triangulação e a aplicação de fórmulas matemáticas para determinar posições geográficas. Os alunos acompanharam com interesse, muitos anotando exemplos das equações apresentadas e levantando perguntas entre si sobre a complexidade dos cálculos. A apresentação dinâmica, que utilizava gráficos e simulações, facilitou a compreensão do tema. Ao final do vídeo, os alunos expressaram surpresa ao perceberem como a matemática avançada está embutida em uma ferramenta que utilizam quase diariamente. Na sequência, foi exibido o vídeo "Desvendando os Mistérios do GPS - Uma Análise Aprofundada", que detalhou o funcionamento interno dos satélites, o envio de sinais e os ajustes realizados para compensar fatores como variações na atmosfera. Durante a exibição, os alunos ficaram especialmente intrigados com as explicações sobre a precisão milimétrica necessária para o funcionamento do sistema e como erros mínimos nos cálculos podem causar grandes discrepâncias. O silêncio atento na sala de aula demonstrava o quanto os estudantes estavam absorvidos pelo conteúdo, e ao final, várias perguntas começaram a surgir, mostrando o engajamento deles. Por fim, o vídeo "O GPS: Uma Visão da Relatividade Geral e Suas Aplicações" explorou os efeitos da gravidade e da velocidade sobre os relógios atômicos dos satélites, utilizando conceitos da relatividade geral de Einstein. Esse foi o ponto alto da aula para muitos alunos, que ficaram fascinados com a conexão entre uma teoria aparentemente abstrata e uma aplicação tão cotidiana. Alguns alunos comentaram espontaneamente como nunca haviam imaginado que a Teoria da Relatividade tivesse um papel prático tão importante, o que levou a um clima de admiração e entusiasmo na sala. Após a exibição dos vídeos, a pesquisadora abriu o espaço para um debate, e o engajamento foi imediato. Os alunos fizeram perguntas sobre como os cálculos são realizados em tempo real, sobre as possíveis limitações do GPS em locais remotos e sobre as diferenças entre o GPS e outros sistemas de posicionamento globais. A discussão foi animada e fluida, com a professora orientando os debates e relacionando as dúvidas às teorias e aplicações apresentadas. O encontro foi encerrado com a pesquisadora propondo atividades de pesquisa para aprofundar os conceitos, consolidando o aprendizado e mantendo o entusiasmo dos alunos sobre o tema. No quarto encontro, a aula teve um tom diferente, pois os alunos participaram da aplicação de um questionário elaborado para avaliar o aprendizado e suas percepções sobre o tema GPS e as aulas realizadas nos encontros anteriores. A pesquisadora iniciou o encontro explicando cuidadosamente o objetivo do questionário, destacando que se tratava de uma ferramenta para entender como eles haviam compreendido os conteúdos e quais aspectos poderiam ser melhorados

nas futuras atividades. Ela reforçou que o propósito era educativo e que não haveria certo ou errado, garantindo que as respostas refletissem as opiniões e experiências genuínas dos estudantes. Com um tom acolhedor, a pesquisadora orientou os alunos a ficarem tranquilos ao responderem, enfatizando que o questionário não tinha caráter avaliativo, mas sim investigativo. "O mais importante é que vocês sejam sinceros e compartilhem suas ideias. Isso nos ajuda a entender como vocês estão aprendendo e como podemos tornar as aulas mais interessantes e eficazes", afirmou. Essa abordagem descontraída pareceu aliviar possíveis tensões, e os alunos demonstraram interesse em colaborar, atentos às instruções dadas. O questionário continha perguntas discursivas, explorando aspectos como a compreensão dos conceitos apresentados nos vídeos, o interesse pelos temas abordados e a relevância do GPS em seu cotidiano. À medida que os alunos preenchiam as respostas, era possível perceber um ambiente de concentração, com alguns trocando breves comentários entre si sobre os tópicos das questões, evidenciando que os temas discutidos ainda estavam frescos em suas mentes. Ao final, a pesquisadora agradeceu aos alunos pela participação e destacou como as respostas deles seriam fundamentais para dar continuidade ao trabalho. Ela reforçou que o retorno deles ajudaria não apenas no aprimoramento das aulas, mas também em sua pesquisa acadêmica, que buscava entender as melhores formas de ensinar conceitos complexos de Física e tecnologia. Alguns alunos aproveitaram para comentar informalmente com a pesquisadora que gostaram das aulas e que os vídeos foram uma maneira interessante de aprender conteúdos que, de outra forma, poderiam parecer muito abstratos. O encontro encerrou em um clima de cooperação e diálogo, com os alunos demonstrando curiosidade sobre os próximos passos do projeto. A pesquisadora reafirmou que as contribuições deles fariam parte de algo maior, conectando ciência, ensino e aprendizado. Esse momento consolidou não apenas o papel dos estudantes como protagonistas do processo educativo, mas também o ambiente de confiança e respeito mútuo que foi sendo construído ao longo dos encontros. A realização desta pesquisa no ensino médio foi de fundamental importância para explorar formas inovadoras e acessíveis de ensinar conceitos complexos da Física Moderna, como a relatividade e sua aplicação prática no GPS. Esse tema, muitas vezes visto como distante da realidade dos estudantes, foi apresentado de maneira dinâmica e contextualizada, permitindo que os alunos reconhecessem a presença da ciência em seu cotidiano. Ao conectar teorias científicas avançadas com tecnologias amplamente utilizadas, a pesquisa contribuiu para reduzir a barreira entre o conhecimento teórico e prático, despertando o interesse dos estudantes e promovendo um aprendizado mais significativo. Outro ponto relevante foi o foco na interdisciplinaridade, que possibilitou a integração da Física com a Matemática e as Tecnologias

da Informação. Essa abordagem não apenas enriqueceu o aprendizado, mas também mostrou aos alunos como diferentes áreas do conhecimento se complementam para criar soluções inovadoras. Ao compreenderem a matemática por trás do GPS e a aplicação dos conceitos da relatividade geral, os estudantes ampliaram sua percepção sobre o impacto da ciência em suas vidas e em avanços tecnológicos globais. Essa experiência promoveu a valorização do conhecimento científico e reforçou a relevância da Física Moderna como ferramenta para entender e transformar o mundo. A pesquisa também contribuiu para o desenvolvimento de habilidades fundamentais nos alunos, como o pensamento crítico, a capacidade de formular perguntas e o engajamento em debates científicos. As atividades realizadas fomentaram o protagonismo dos estudantes, que puderam expor suas dúvidas e ideias de forma ativa, colaborativa e respeitosa. Essa troca de saberes, mediada por recursos audiovisuais e discussões, potencializou o aprendizado, tornando a sala de aula um espaço mais dinâmico e participativo. Ao sentirem-se envolvidos e valorizados no processo, os alunos se mostraram mais motivados a aprofundar seus estudos, demonstrando como metodologias inovadoras podem transformar a experiência educacional. Por fim, os resultados da pesquisa revelaram que a integração de temas relevantes e tecnologias contemporâneas nas aulas de Física é uma estratégia poderosa para melhorar o processo de ensino-aprendizagem. Além de contribuir para a formação acadêmica, essas iniciativas têm o potencial de despertar vocações científicas e tecnológicas nos estudantes, ampliando suas perspectivas de futuro. A experiência reforçou a importância de repensar as práticas pedagógicas no ensino médio, valorizando as vivências dos alunos e criando pontes entre o conhecimento científico e o cotidiano. Dessa forma, a pesquisa não apenas impactou os estudantes diretamente envolvidos, mas também trouxe contribuições significativas para o avanço do ensino da Física Moderna em contextos escolares.

## REFERÊNCIAS

**AUSUBEL, D. P., NOVAK, J. D., HANESIAN, H.** Educational psychology: A cognitive view. Nova Iorque: Holt, Rinehart Winston, 1968.

**CIÊNCIA TODO DIA.** Como o GPS Funciona?. 2023. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=n>

**FÍSICO RADIOATIVO.** Como funciona o GPS. 2022. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=K>

qfcKSEYE.

**MOREIRA, M.A.** Aprendizagem significativa crítica. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS. 45p, 2005.

**PROESTUDO.** A matemática do GPS - como funciona o Sistema de Posicionamento Global pela matemática. 2022. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=aZsQ-xl4SMc>.

**SILVA, Rodrigo Nemmen da.** Aula 11 – GPS | Relatividade geral e aplicações astrofísicas (IAG USP, 2020). 2020. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=SNsYJkUm7Lw>.

**VALADARES, J. A.** Teoria da aprendizagem significativa como teoria construtivista. Aprendizagem Significativa em Revista, 1(1), 36-57, 2011.