PRODUTO EDUCACIONAL

UMA PROPOSTA DE UM MATERIAL POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVO PARA O ESTUDO DE FÍSICA DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO TÉCNICO PARA OS CURSOS DE MECATRÔNICA, ELETRONICA. ELETROTÉCNICA E ÁREAS AFINS.

José Francisco de Oliveira

SUMÁRIO LIVRETO

Capítulo 1

Vetores

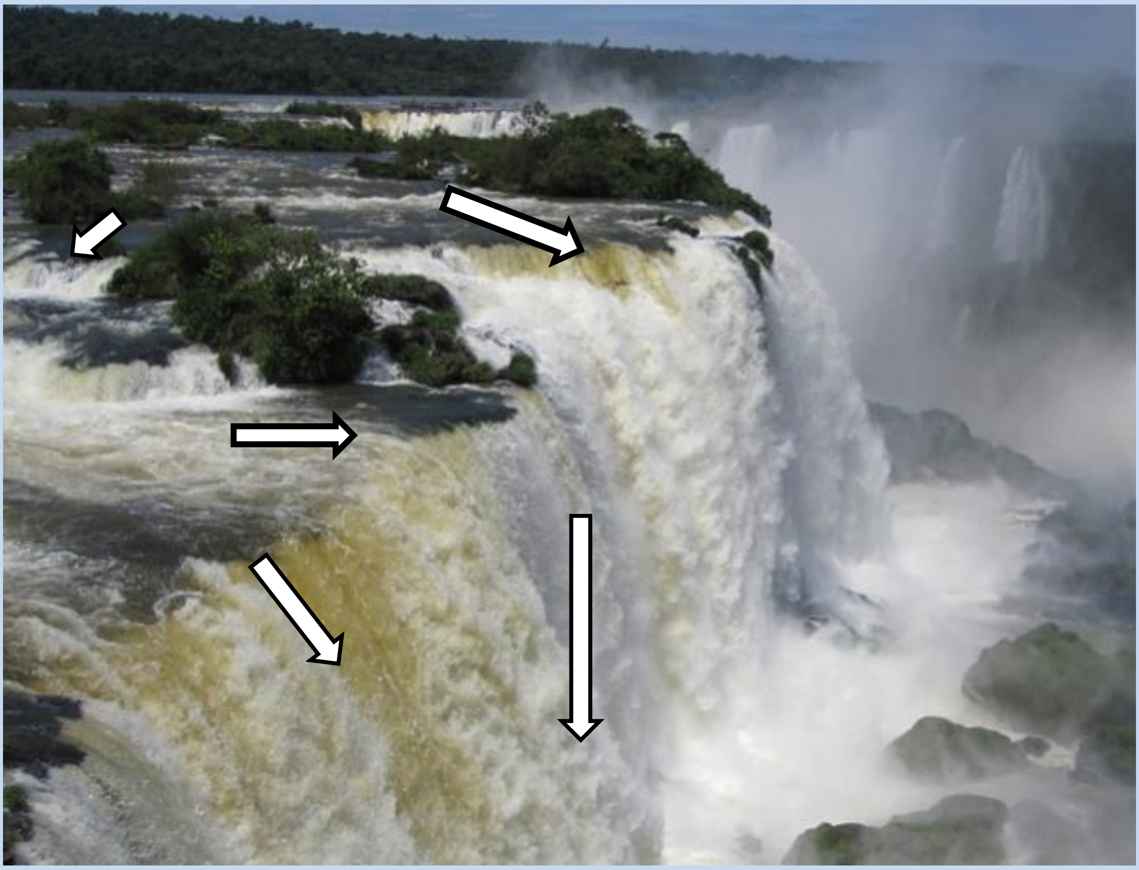


Figura 2

Fonte: pixabay.com/pt/photos/cataratas-do-igua%C3%A7u-cachoeira-377990/

Introdução

Uma importante ferramenta no estudo dos fenômenos físicos, tanto na descrição mais clara de todas as suas propriedades quanto na sua forma compacta de expressá-las é o ente matemático que chamamos de *vetor*. Podemos dizer que praticamente toda a Física é construída com esta ferramenta. Daí a grande necessidade de sua compreensão e uso.

A figura introdutória deste capítulo mostra a água escoando num rio e chegando até numa cachoeira. O fundo do rio é totalmente irregular, com pedras de diferentes tamanhos e formas, diferentes profundidades etc. Logo, a velocidade do escoamento da água não é a mesma em todos os pontos. Em cada ponto no líquido podemos caracterizar a velocidade de escoamento, expressando sua **intensidade, direção e sentido**, como mostrado através das setas indicativas. Chamamos esse campo de vetores das velocidades da água em cada ponto de ***campo de velocidades***.

Faremos o estudo dos vetores sobre o ponto de vista gráfico, definindo desta maneira as operações de soma, subtração e multiplicação por escalar.

Em Física as grandezas envolvidas nos fenômenos podem ser classificadas em dois grupos: ***grandezas escalares*** e ***grandezas vetoriais***. Faremos a distinção entre elas e mostraremos a necessidade do estudo de vetores.

Figura 3

Exemplo 1

Uma pessoa está parada em uma praça circular onde há o cruzamento de quatro avenidas retilíneas. Essa pessoa tem 4 DIREÇÕES para se deslocar: cada avenida (cada reta) é uma **DIREÇÃO** sobre a qual o movimento pode ocorrer. Quando a pessoa decide qual avenida (direção) resta ainda decidir se ela vai subir ou descer a avenida, ou seja, resta decidir o **SENTIDO** do movimento. Para cada avenida que essa pessoa escolher ela terá que decidir se sobe ou desce a avenida escolhida, ou seja, para cada **DIREÇÃO** do movimento há dois **SENTIDOS** possíveis.

Grandeza Escalar

Dizemos que uma grandeza é *escalar* quando para caracterizá-la completamente basta que informemos o seu módulo (valor) e sua unidade de medida.

Exemplo 2

Quando dizemos que ***distância*** entre dois postes de iluminação pública em uma avenida é de 30 metros, caracterizamos perfeitamente a grandeza ***distância,*** não restando nada além disso a informar. A distância entre dois pontos quaisquer, é uma grandeza escalar.

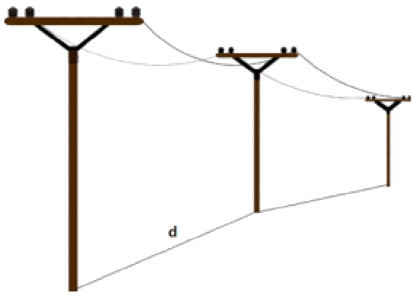


Figura 4

Grandeza Escalar: distância (d)

Módulo e unidade de medida: d = 30 m

Outras grandezas escalares que podemos nomear são: a temperatura T, o volume V, o tempo t, a densidade d de um corpo, a energia E, o potencial elétrico V, etc...

Notação para as grandezas escalares

As grandezas escalares serão representadas por letras latinas ou gregas maiúsculas ou minúsculas sem nenhuma outra convenção. Se por exemplo, quisermos informar que a massa de um corpo é 15 Kg, faremos a indicação m = 15 Kg, e assim o faremos para todas as grandezas escalares. Por exemplo: o volume de um recipiente é V = 12 m^3; o tempo gasto para percorrer uma certa distância é t = 8 segundos; a temperatura de uma substância é T = 50 ^{0}C, etc.

Grandeza Vetorial

Para caracterizar completamente uma grandeza vetorial é necessário informar, além do módulo (intensidade) e unidade de medida, sua *direção* e sentido. Por exemplo, considere um avião que sobrevoa um campo com velocidade cuja intensidade é v = 200 km/h (veja a figura 5[1]).

Figura 5.Fonte: bandab.com.br/cidades/aeronave-que-da-rasantes-intriga-moradores-de-curitiba-saiba-o-motivo-para-voltas/

Nesse caso você tem o módulo (e unidade de medida), mas essa informação *não é suficiente* para dar todas as características da grandeza velocidade. Naturalmente surgem as seguintes perguntas: para que lado o avião foi? Ou, em que direção e em que sentido o avião sobrevoa o campo? A informação "um avião a 200 km/h deslocando-se para o norte", é diferente de "um avião a 200 km/h indo para o sul". Uma informação completa seria: um avião sobrevoa um campo com velocidade de 200 km/h na direção norte – sul, indo para o sul. Nesse caso:

Grandeza Vetorial: velocidade (v)
Módulo e unidade de medida: 200 km/h
Direção: norte-sul
Sentido: de norte para o sul

Observe que o avião poderia estar a 200 km/h na direção norte-sul, porém indo para o norte. Nesse caso,

Módulo e unidade de medida: 200 km/h
Direção: norte-sul
Sentido: de sul para o norte

Veja que, mesmo sendo a mesma direção nos dois casos, são duas situações distintas. Então, dizemos que velocidade é uma grandeza vetorial, pois além do módulo é necessário também informar a direção e o sentido para caracterizar perfeitamente a velocidade. Outros exemplos de grandezas vetoriais

são: aceleração, força, campo gravitacional, campo elétrico, campo magnético, etc.

Notação para as grandezas vetoriais

Usaremos a seguinte notação para uma grandeza vetorial: uma letra maiúscula ou minúscula **em negrito** ou colocando-se uma "flechinha" sobre ela. Por exemplo:

$\vec{v}$ ou **v** → vetor velocidade (lê-se: vetor v)

$\vec{a}$ ou **a** → vetor aceleração (lê-se: vetor a)

$\vec{F}$ ou **F** → vetor força (lê-se: vetor F)

$\vec{E}$ ou **E** → vetor campo elétrico, (lê-se: vetor E), etc.

Exemplo 3

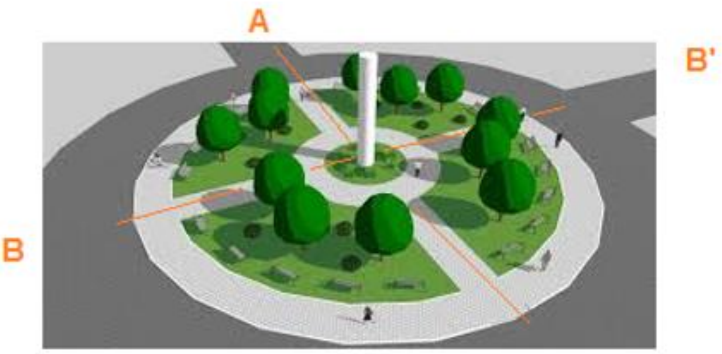


Figura 6

Considere o que foi dito no exemplo 1. Nesse caso imagine que alguém lhe diz que a pessoa no centro da praça saiu correndo com uma velocidade de 5 m/s. Com essa informação você sabe somente o valor (módulo) da velocidade, mas não tem ideia de pra onde exatamente a pessoa correu. Para se ter uma informação completa é necessário saber, além do módulo da velocidade, a direção e sentido do movimento (qual avenida e se subindo ou descendo).

Por exemplo, ela pode ter seguido a **direção** da linha AA' ou na **direção** BB'. Se tiver seguido na linha AA' ainda será necessário indicar o **sentido**, de A para A' ou de A' para A. Da mesma forma que sobre a reta BB', ou sobre qualquer reta que você possa imaginar.

O que é um vetor?

Vetor é um objeto matemático que possui **módulo** (valor, intensidade), **direção** e **sentido**. Para se caracterizar um vetor, precisamos conhecer seu módulo, direção e sentido. Para se caracterizar um escalar, basta conhecer seu módulo.

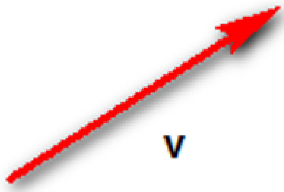


Figura 7

A representação gráfica de uma grandeza vetorial, como a velocidade, por exemplo, é feita através de um segmento de reta orientado como o mostrado na figura a seguir. De forma bastante compacta e simples, o segmento de reta orientado representa as grandezas vetoriais, pois, a direção da grandeza vetorial é a direção da reta que contém o segmento de reta. O sentido da grandeza vetorial é o sentido do segmento orientado de reta e o módulo da grandeza vetorial é o comprimento do segmento de reta. Por exemplo, se chamarmos dois segmentos de reta orientados de $\mathbf{v_1}$ e $\mathbf{v_2}$ de comprimentos diferentes, aquele que tem comprimento maior representa uma velocidade maior.

DIREÇÃO

Observe a figura ao lado. Nela temos um conjunto de retas r, s e t **paralelas** entre si, possuindo então, todas uma **mesma** direção no plano. Em geral, a direção de uma reta é definida através do ângulo, medido no sentido anti-horário, entre ela e um eixo de referência arbitrariamente adotado. Por exemplo, tomando a reta w como um eixo de referência, as retas r, s e t, formam um mesmo ângulo com a reta w, definindo uma única direção no plano.

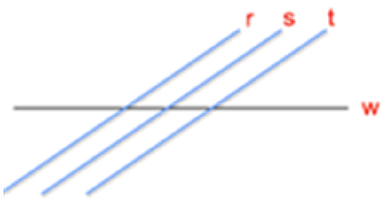


Figura 8

Uma vez definida a direção de uma reta, fica definida a direção do segmento de reta nela contido, como por exemplo, o segmento de reta **AB**, de origem em **A** e extremidade em **B**.

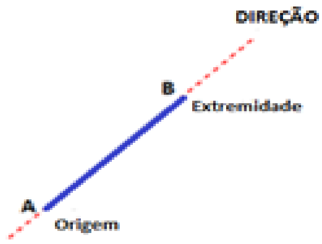


Figura 9

SENTIDO

Cada reta (direção) pode ser percorrida em dois sentidos, que indicaremos através de uma seta (ponta da “flecha”). Observe então que para cada direção estabelecida, há dois sentidos possíveis que podemos nos mover sobre ela.

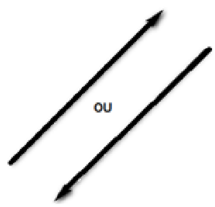


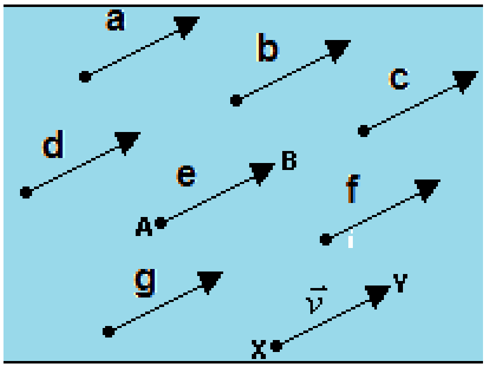
Figura 10

Operações com Vetores

Uma vez que vetores e escalares são objetos matemáticos de naturezas diferentes, precisamos estabelecer regras que definam de que maneira as operações podem ser feitas sobre os vetores. Já sabemos como os *escalares* são operacionalizados com relação a soma, a subtração e o produto entre eles. Precisamos agora operacionalizar com os vetores. Isto é, devemos definir a igualdade, a soma e a subtração entre os vetores. Devemos saber ainda, se podemos construir operações combinadas usando escalares e vetores.

♦Igualdade de Vetores

Dois vetores são chamados idênticos (iguais), se possuem o mesmo módulo, mesma direção e mesmo sentido. Sendo, portanto, representados pelo mesmo segmento orientado de reta. Na Fig. todos os vetores são iguais àquele representado pelo segmento orientado **AB** de origem em **A** e extremidade em **B**. Observe que a origem e a extremidade dos vetores podem estar em pontos diferentes, como no caso do vetor $\vec{v}$, cuja origem é o ponto X e a extremidade está em Y. Desta forma, podemos dizer que, em cada ponto do espaço existe um vetor igual a um certo vetor dado**.**



♦ Adição de Vetores

Assim como podemos fazer operações de soma com números, os vetores também podem ser somados.

Somar ou subtrair grandezas escalares é simples. Por exemplo, você pode somar a massa de vários objetos ao final terá a ***massa resultante***:

$$3 \text{ kg} + 2 \text{ kg} + 10 \text{ kg} – 4 \text{ kg} = 11 \text{ kg}$$

A massa (m) é uma grandeza escalar.

Para somar grandezas escalares basta verificar se elas possuem a **mesma unidade de medida** e efetuar a operação. Entretanto, ao longo de seus estudos em Física, você perceberá que constantemente será necessário usar combinações de grandezas vetoriais. Nesse caso, devemos levar em consideração o módulo (valor) e a orientação de cada grandeza vetorial.

Suponha agora que você está à margem de um rio vendo um barco de passeio navegando. Suponha que a intensidade da velocidade da correnteza (v_c) desse rio é $v_c = 2$ m/s. O barco se move nesse rio e seu velocímetro marca uma velocidade $v_B = 8$ m/s. Note que há duas velocidades envolvidas. Qual é então, a ***velocidade resultante*** desse barco? Nesse caso não podemos simplesmente somar as velocidades da correnteza e do barco, conhecendo somente seus módulos. Precisamos também conhecer a direção e o sentido dos movimentos tanto do barco quanto da correnteza. Se o barco viaja contra a correnteza sua velocidade resultante deverá ter intensidade menor que a intensidade quando desce o rio, a favor da correnteza. O barco também pode estar atravessando o rio, de uma margem para outra. O que fazer nesses casos para somar as velocidades do barco e da correnteza?

Figura 11. Fonte: pixnio.com/pt/media/pescador-barco-de-pesca-mar-agua-barco-2

Vamos utilizar o método gráfico para definirmos a operação soma de vetores[1]. Neste sentido, somar e subtrair vetores significa desenhar vetores, seguindo regras apropriadas para tanto. No caso da soma há duas regras equivalentes chamadas de *regra do polígono* e *regra do paralelogramo*.

Exercício Resolvido

Dois vetores $\vec{E_1}$ e $\vec{E_2}$ têm módulos iguais a 20 e 8 respectivamente. Determine o vetor resultante sabendo que eles têm a mesma direção e sentido.

Resolução:

$\vec{E_R} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$ como eles têm mesma direção e sentido,

$$E_R = E_1 + E_2$$

$$E_R = 20 + 8 = 28$$

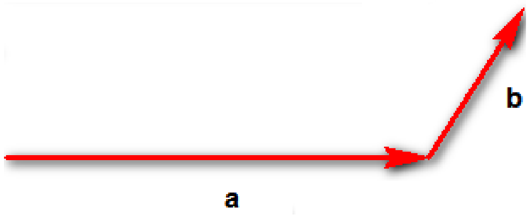
Regra do Polígono

É comum o IBAMA colocar um chip em algum animal e monitorá-lo em seus deslocamentos no seu habitat ao longo dos dias. Uma onça por exemplo, começa seu movimento em um ponto X qualquer da floresta, desloca-se para vários pontos e ao final do dia para em um determinado ponto Y qualquer. O ***deslocamento final*** dessa onça ao final do dia será simplesmente uma linha

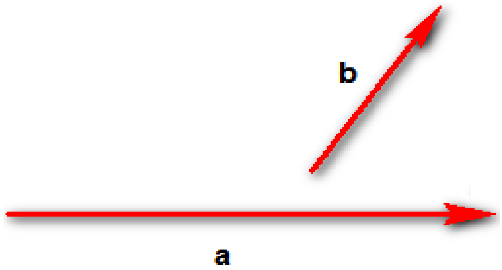
[1] E também para as operações de subtração e produto por escalar.

rela ligando o ponto X, inicial ao ponto Y, final. O movimento dessa onça está relacionado com a regra do polígono.

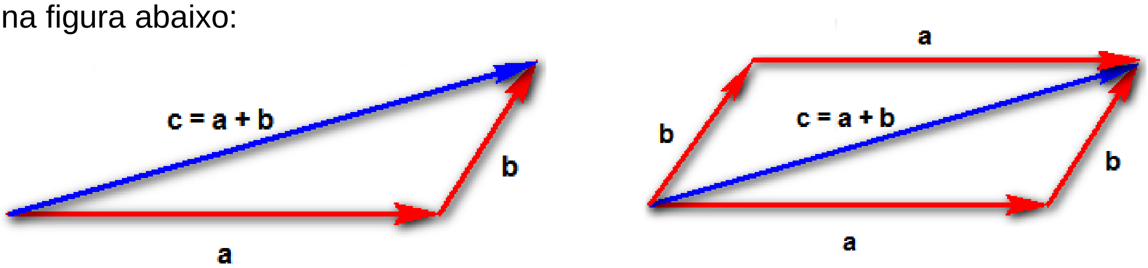
Essa regra gráfica de soma vetorial se refere à construção de uma linha poligonal colocando-se os vetores em sequência: **origem de um na extremidade do outro** para qualquer quantidade de vetores. O vetor chamado de vetor soma é aquele construído ligando-se a origem do primeiro até a extremidade do último. Para exemplificar o anteriormente exposto, considere que desejamos somar os dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ na figura.



Fixando o vetor $\vec{a}$ colocamos a origem do vetor $\vec{b}$ na extremidade de $\vec{a}$. Representamos o vetor $\vec{a}$ + $\vec{b}$, pelo segmento orientado $\vec{c}$. O ponto inicial (ou origem) de $\vec{c}$ é o ponto inicial (ou origem) do vetor $\vec{a}$. O ponto final (ou extremidade) de $\vec{c}$ é o ponto final (ou extremidade) de $\vec{b}$.

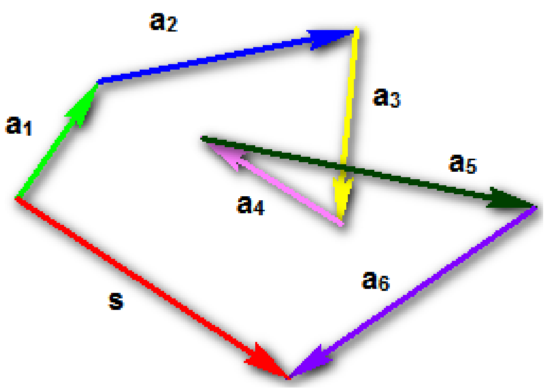


Observe que a soma de vetores obedece a uma propriedade chamada de propriedade comutativa, pois a soma de vetores não depende da ordem que somamos os vetores, como é mostrado na figura abaixo:



$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}.$$

De forma resumida, quando somamos *dois ou mais vetores*, dizemos que o *vetor resultante* da soma desses vetores, tem origem na origem do primeiro e extremidade na extremidade do último vetor somado, isto é, o vetor resultante é aquele que fecha a linha poligonal. A figura ao lado mostra a soma dos vetores $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4, \vec{a}_5$ e $\vec{a}_6$ cuja soma é $\vec{s}$,



$$\vec{s} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4 + \vec{a}_5 + \vec{a}_6$$

Essa situação mostrada na figura anterior pode representar, por exemplo, os deslocamentos sucessivos de um corpo em movimento, sendo o vetor $\vec{s}$, o deslocamento resultante. Como no caso da onça monitorada pelo IBAMA.

É importante ressaltar que distância e deslocamento são grandezas distintas. A **distância** é uma grandeza escalar, medida metro a metro ao longo de toda trajetória, já o **deslocamento** é uma grandeza vetorial que obedece a regra para soma de vetores.

Exercício Resolvido

Um avião parte de Porto Alegre com destino a Campo Grande, fazendo escalas em São Paulo, Rio de Janeiro e Belo Horizonte. Cada deslocamento é mostrado no mapa a seguir.

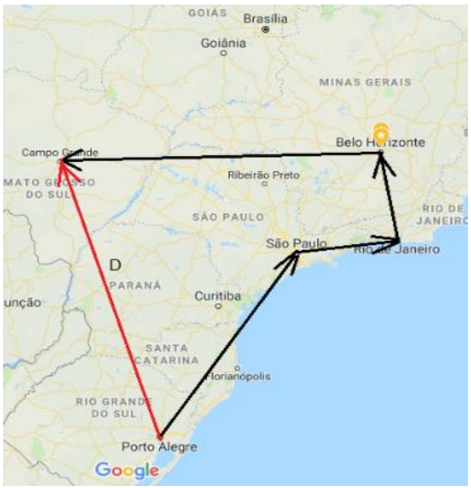


Figura 12. Fonte: Google Maps

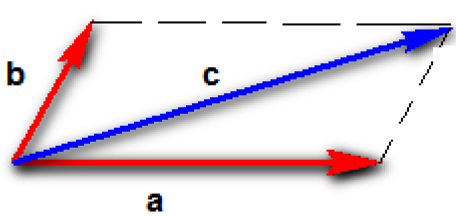
Caracterize o vetor deslocamento final do avião.

Resolução: O deslocamento final do avião será representado por um vetor ligando Porto Alegre a Campo Grande (linha vermelha no mapa). O módulo do deslocamento é a medida (em linha reta) de Porto Alegre a Campo Grande, ou seja, D = 1120 km (consultando em mapas de viagem e na internet). Observe que a **distância total** percorrida é maior do que os 1120 km do deslocamento.

Regra do Paralelogramo

Uma pessoa ao atravessar um rio nadando perceberá que à medida que nada numa direção, é arrastada pela correnteza rio abaixo. A velocidade que a pessoa nada e a velocidade da correnteza, faz com que ela se mova em uma única direção com uma única **velocidade resultante**. Podemos associar um vetor para a velocidade da pessoa e outro vetor para a velocidade da correnteza.

Uma forma equivalente de somar dois vetores é usando o que chamamos de regra do paralelogramo. Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ estão dispostos como na figura ao lado, onde as origens de $\vec{a}$ e de $\vec{b}$ situam-se no mesmo ponto. O paralelogramo é construído traçando-se as retas paralelas a cada vetor

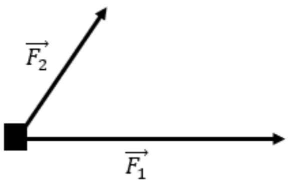


que se interceptam. A soma desses dois vetores $\vec{a}$ + $\vec{b}$ tem como resultado o vetor $\vec{c}$, representado pela diagonal desse paralelogramo.

Essa situação em Física, pode representar, por exemplo, a soma de duas forças $\vec{a}$ e $\vec{b}$, aplicadas sobre um objeto, sendo o vetor $\vec{c}$, a força resultante sobre ele.

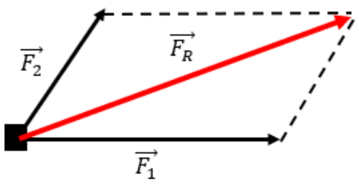
Exercício Resolvido

Duas pessoas, aplicando forças diferentes, puxam uma caixa apoiada sobre uma superfície lisa. A figura a seguir mostra a representação dessas forças vistas do alto.



Determine a direção e sentido da força resultante sobre a caixa.

Resolução:



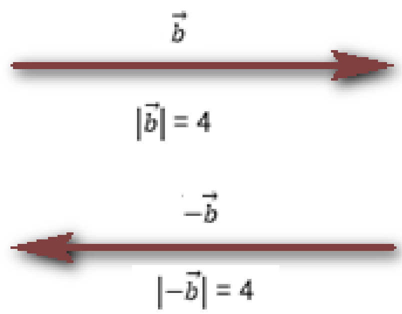
Usando a regra do paralelogramo, vemos que a força resultante terá a direção e sentido mostrado na figura ao lado em vermelho.

♦ Subtração de Vetores

Para subtrair dois números reais m e n, basta fazer m – n que é na verdade a operação soma de m com o número –n, chamado de **oposto** de n. Por exemplo:

$$5 - 2 = 5 + (-2) = 3$$

Para subtrair dois vetores, usamos também o conceito de oposto. O **vetor oposto** de um vetor $\vec{b}$, que chamaremos de $-\vec{b}$, é um vetor que possui o mesmo módulo, mesma direção, mas sentido contrário de $\vec{b}$. Veja, por exemplo, a figura a seguir. Nela o vetor $\vec{b}$ tem direção horizontal, sentido para a direita e intensidade 4 unidades. Já o vetor $-\vec{b}$ tem as mesmas características, exceto que aponta para a esquerda. Isto é, o vetor oposto $-\vec{b}$ é tal que sua soma com o vetor $\vec{b}$ produz o vetor de comprimento nulo (vetor nulo).

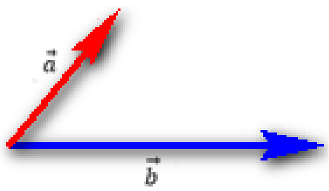


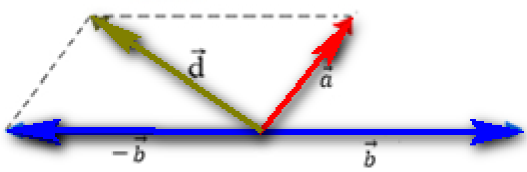
$$\vec{b} + (-\vec{b}) = \vec{0}$$

Então, dados dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, a diferença $\vec{d}$, entre eles será representada da seguinte maneira:

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}).$$

Exemplificando, considere os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ dados abaixo, onde já estão ligados pelas suas origens. Invertendo o sentido encontramos o vetor $-\vec{b}$. O vetor diferença $\vec{d}$ é obtido somando o vetor $\vec{a}$ com o vetor -$\vec{b}$ usando a regra do polígono ou paralelogramo. Por exemplo, desenhando o paralelogramo como mostra a figura a seguir.





Exercício Resolvido

Dois vetores $\vec{E_1}$ e $\vec{E_2}$ têm módulos iguais a 20 e 8 respectivamente. Determine o vetor resultante sabendo que eles têm a mesma direção e sentidos opostos.

Resolução:

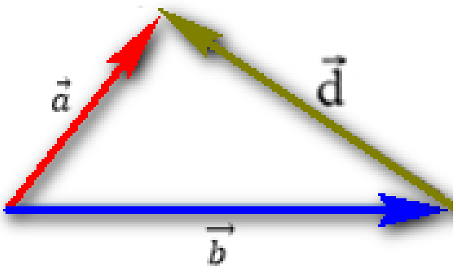
$\vec{E_R} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$ como eles agora têm sentidos opostos,

$E_R = E_1 + (-E_2)$

$E_R = 20 - 8 = 12$

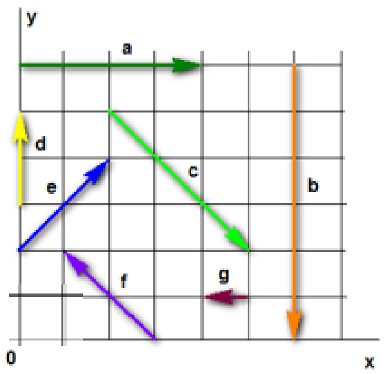
Regra prática para a subtração de vetores

Uma regra bastante ágil para a subtração de vetores é exemplificada na figura ao lado. Note também que o mesmo vetor diferença $\vec{d}$ pode ser obtido ligando os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ pelas suas extremidades. Como queremos determinar $\vec{a} - \vec{b}$ ligamos da extremidade de $\vec{b}$ para a extremidade de $\vec{a}$. Se quisermos $\vec{b} - \vec{a}$ ligamos da extremidade de $\vec{a}$ para a extremidade de $\vec{b}$.

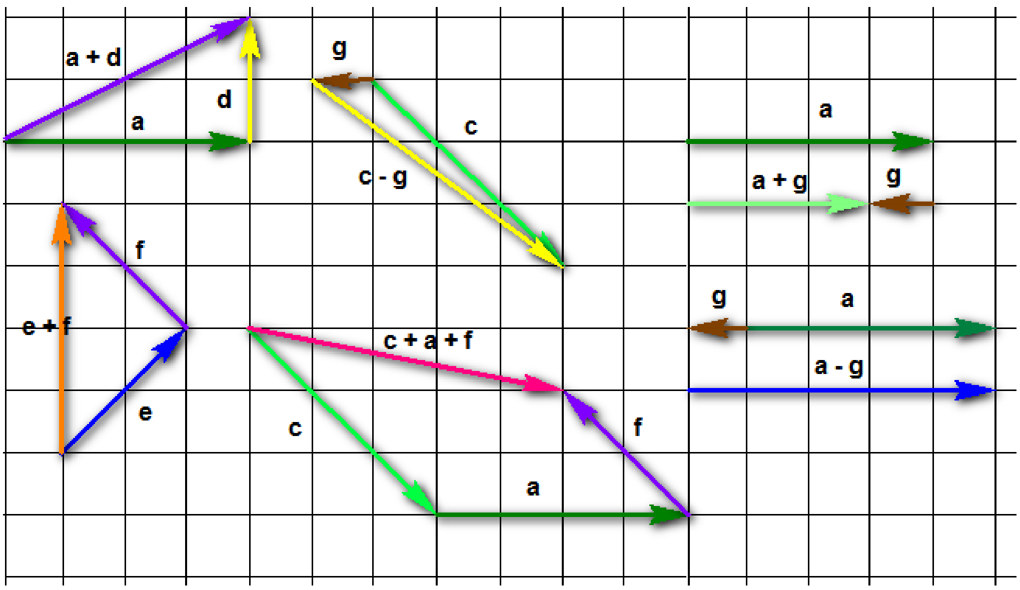


Exercício Resolvido

Sejam os vetores dados na região quadriculada abaixo. Encontre os vetores que representam: (a) $\vec{a} + \vec{d}$; (b) $\vec{e} + \vec{f}$; (c) $\vec{c} - \vec{g}$; (d) $\vec{a} + \vec{c} + \vec{f}$; (e) $\vec{a} + \vec{g}$; (f) $\vec{a} - \vec{g}$;

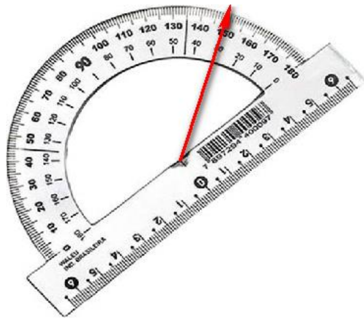


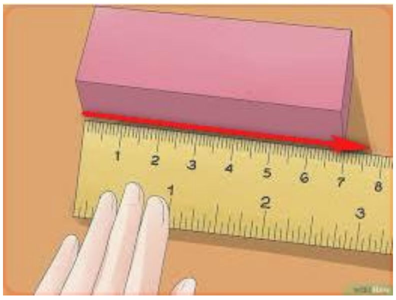
Solução



Cálculo das intensidades dos vetores soma $\vec{s}$ e diferença $\vec{d}$

Vamos agora determinar as intensidades dos vetores soma e diferença. Pelo método gráfico a intensidade dos vetores soma e diferença é dada simplesmente pela medida do seu comprimento com a régua e sua direção, em relação a uma reta de referência, através da medida do ângulo com o transferidor.





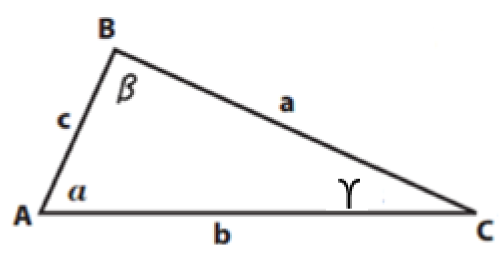
Podemos determinar a medida das intensidades dos vetores soma e diferença analiticamente através de ferramentas da geometria plana, como a lei dos cossenos e a lei dos senos.

Lei dos Cossenos: Seja um triângulo qualquer, de vértices A, B e C e cujas medidas dos lados são, respectivamente,

$$\overline{AB} = c, \qquad \overline{BC} = a, \qquad \overline{AC} = b$$

e ângulos *internos* do triângulo γ, β e α, opostos aos respectivos lados $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$.

O quadrado da medida de um dos lados é dado pelas expressões:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.cos\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.cos\gamma$$

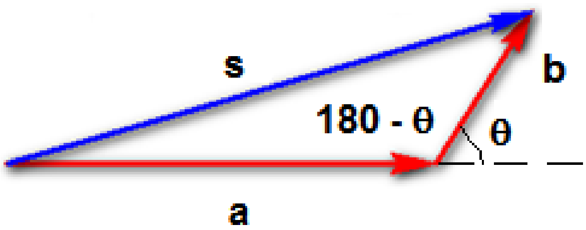
Lei dos Senos: A razão entre a medida de um lado e o seno do ângulo oposto a esse lado é constante.

$$\frac{a}{sen\alpha} = \frac{b}{sen\beta} = \frac{c}{sen\gamma}$$

.

Intensidade do Vetor Soma $\vec{s}$

Considere a figura abaixo onde apresentamos a soma dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, cujo resultado é o vetor $\vec{s}$, que desejamos calcular seu comprimento. Definimos o ângulo entre dois vetores ao menor ângulo entre eles quando são ligados pela origem. Veja que o ângulo entre as direções dos vetores é θ que não é interno ao triângulo.



Para aplicarmos a lei dos cossenos devemos conhecer o ângulo interno ao triângulo oposto ao lado de medida s. Esse ângulo mede $180 - \theta$. Substituindo na lei dos cossenos temos:

$$s^2 = a^2 + b^2 - 2ab\,cos(180 - \theta).$$

Uma identidade importante que você logo verá no seu curso de matemática é que,

$$\cos(180 - \theta) = -cos\theta.$$

Assim, escrevemos:

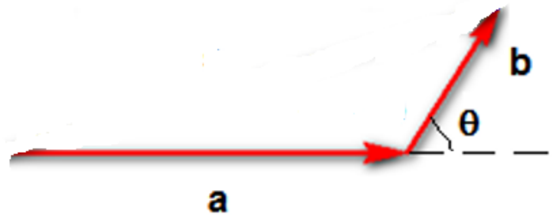
$$s^2 = a^2 + b^2 - 2ab\,cos(180 - \theta)$$

$$s^2 = a^2 + b^2 - 2ab\,(-cos\theta)$$

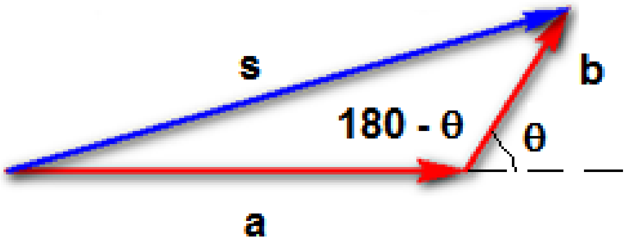
$$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab\,cos\theta$$

Exercício Resolvido

Uma partícula sofre dois deslocamentos a e b conforme mostrado no afigura a seguir, sendo $\theta = 60^0$. O módulo do primeiro deslocamento é de 20 m e do segundo é de 5 m. Determine o deslocamento resultante.



Solução: usando a regra do polígono, determinamos o vetor resultante s.



O módulo de s é dado pela lei dos cossenos:

$$\boldsymbol{s^2 = a^2 + b^2 + 2ab\ cos\theta}$$

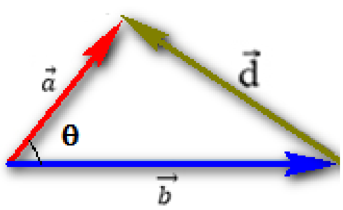
$$s^2 = 20^2 + 5^2 + 2.20.5.cos60^0$$

$$s^2 = 525$$

$$s = 22{,}9\ m$$

Intensidade do Vetor Diferença $\vec{d}$

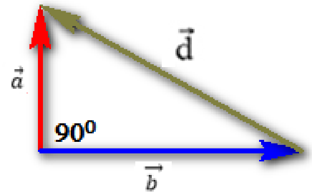
Na figura abaixo $\vec{d}$ é o vetor diferença e θ é o ângulo entre os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$. Observe que θ é ângulo interno ao triângulo oposto ao lado de medida d. A intensidade do vetor diferença $\vec{d}$ dada pela *lei dos cossenos*[1] é,



$$\boldsymbol{d^2 = a^2 + b^2 - 2abcos\theta}.$$

Note que quando $\theta = 90^0$, o triângulo é retângulo e a lei dos cossenos torna-se o **Teorema de Pitágoras**, ou seja, o valor de d é a hipotenusa do triângulo retângulo formado pelos catetos a e b. O teorema de Pitágoras é um caso particular da lei dos cossenos:

$$d^2 = a^2 + b^2$$



Exercício Resolvido

Mostre que quando o ângulo entre dois vetores é de 90^0, os comprimentos dos vetores soma e diferença são iguais.

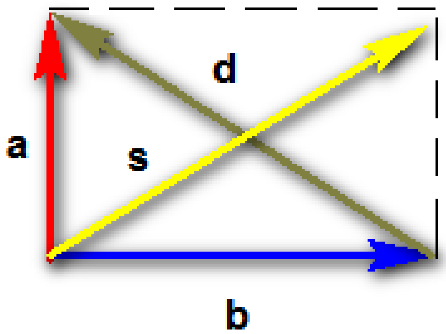
Solução

Com o auxílio das equações anteriores e lembrando que cos $90^0 = 0$, vemos que $s^2 = a^2 + b^2$

$$d^2 = a^2 + b^2,$$

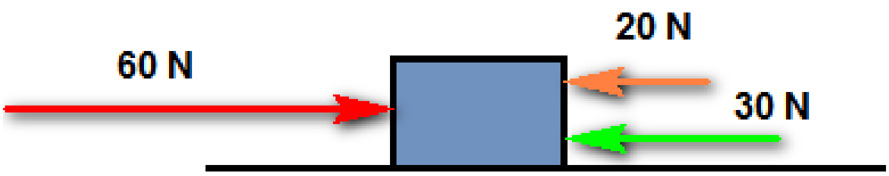
O que implica,

$$s = d.$$



Exercício Resolvido

Sobre a caixa colocada sobre o piso da sala atuam as forças indicadas na figura abaixo. Encontre a intensidade, direção e sentido da resultante das forças sobre a caixa.



Solução

Vamos inicialmente calcular a resultante das forças horizontais que apontam para a esquerda. Uma tem intensidade 20 N e a outra 30 N. O ângulo entre ela é 0^0 como podemos ver na figura a baixo, onde usamos o método do polígono para desenharmos a resultante entre elas. Pela lei dos cossenos a resultante entre ela vale:

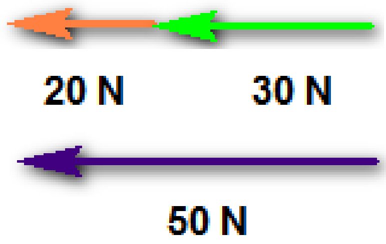
$$s^2 = 20^2 + 30^2 + 2.20.30\, cos0^0;$$

$$s^2 = 20^2 + 30^2 + 2.20.30 \,.\, 1;$$

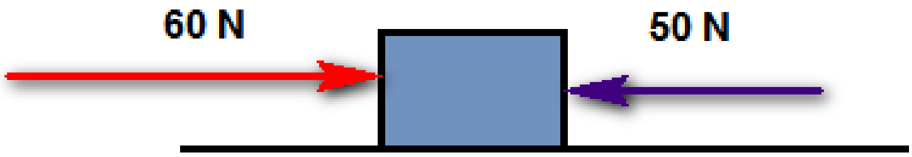
$$s^2 = 20^2 + 30^2 + 2.20.30 = (20 + 30)^2;$$

$$s^2 = (20 + 30)^2 = 50^2;$$

$$s = 50\ N.$$



Este resultado indica que as duas forças para a esquerda podem ser substituídas por uma única força de intensidade 50 N também para a esquerda. Isto é, reduzimos o problema original ao seguinte problema:



Calculando a resultante entre elas pela lei dos cossenos encontramos:

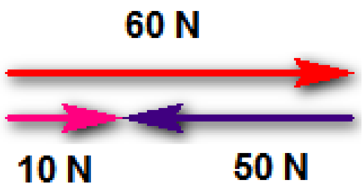
$$\mathrm{F_R}^2 = 60^2 + 50^2 + 2.60.50 \cos 180^0;$$

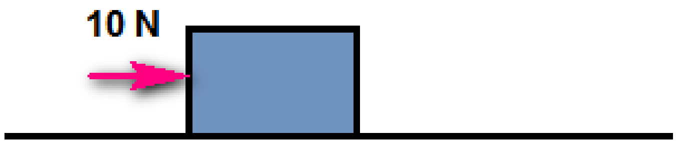
$$\mathrm{F_R}^2 = 60^2 + 50^2 + 2.60.50\,(-1);$$

$$\mathrm{F_R}^2 = 60^2 + 50^2 - 2.60.50 = (60 - 50)^2 = 10^2;$$

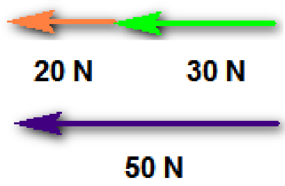
$$\mathrm{F_R} = 10\ \mathrm{N}.$$

O resultado do problema é uma força de direção horizontal, sentido para a direita e intensidade de 10 N.

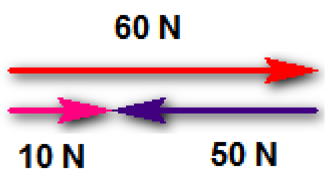




- Observe que quando duas forças tem a mesma direção e sentido a intensidade da resultante entre elas é simplesmente a soma das suas intensidades: $F_R = F_1 + F_2$.

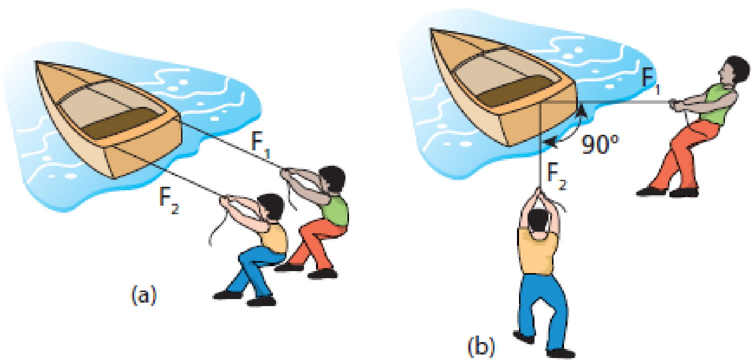


- Observe que quando duas forças tem a mesma direção e sentidos opostos a intensidade da resultante entre elas é simplesmente o módulo da subtração das suas intensidades: $F_R = |F_1 - F_2|$.



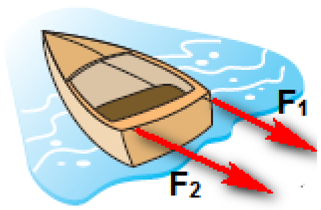
Exercício Resolvido

(PUC-SP) Os esquemas seguintes mostram um barco sendo retirado de um rio por dois homens. Em (**a**), são usadas cordas que transmitem ao barco forças paralelas de intensidades F_1 e F_2. Em (**b**), são usadas cordas inclinadas de 90° que transmitem ao barco forças de intensidades iguais às anteriores. Sabe-se que, no caso (**a**), a força resultante transmitida ao barco tem valor 700 N e, no caso (**b**), 500 N. Nessas condições, calcule F_1 e F_2.



Solução

Vemos que no caso da figura (a) as forças são de mesma direção e sentido, como mostra a figura abaixo:

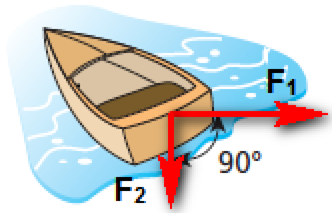


(a)

Como vimos no exemplo anterior a intensidade da força resultante é dada por:

$$F_R = F_1 + F_2 = 700\ N.$$

Já no caso da figura (b) existe um ângulo de 90^0 e a resultante é dada pelo teorema de Pitágoras



$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 = 500^2.$$

Da primeira das duas equações isolamos o valor de F_1 e substituímos na outra.

$$F_1 = 700 - F_2;$$

$$(700 - F_2)^2 + F_2^2 = 500^2,$$

cujos resultados (confira) são : $F_2 = 400\ N\ \ e\ F_2 = 300\ N$.

Se $F_2 = 400\ N$ temos $F_1 = 300\ N$. Se $F_2 = 300\ N$ temos $F_1 = 400\ N$.

♦Multiplicação de um vetor por um escalar

Agora vamos descrever uma operação, chamada de produto por escalar, na qual combinamos escalares e vetores.

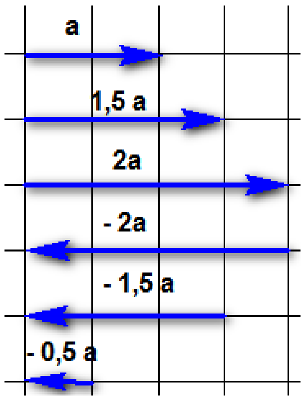
Um vetor $\vec{a}$ pode ser multiplicado por um número real n qualquer. O resultado dessa multiplicação será um novo vetor $\vec{A}$, cujo módulo será n vezes o módulo do vetor $\vec{a}$. Escrevemos,

$$\vec{A} = n.\vec{a}$$

Suponha que o módulo do vetor $\vec{a}$ seja 5. Ou seja, a = 5. Nesse caso o módulo do vetor $\vec{A}$ será n vezes 5, ou seja, A = n.5. A direção de $\vec{A}$ será a mesma de $\vec{a}$. O sentido de $\vec{A}$ depende do sinal de n:

- se n for positivo, $\vec{A}$ terá o mesmo sentido de $\vec{a}$.
- se n for negativo, $\vec{A}$ terá o sentido contrário ao de $\vec{a}$.

Na figura mostramos o produto do vetor $\vec{a}$ pelos escalares n = 1,5, n = 2, n = - 2 e n = - 1,5 e n = - 0,5. Observe a mudança de sentido quando multiplicamos $\vec{a}$ pelo número real negativo. Observe ainda que a direção dos vetores não se modifica quando eles são multiplicados por escalares.



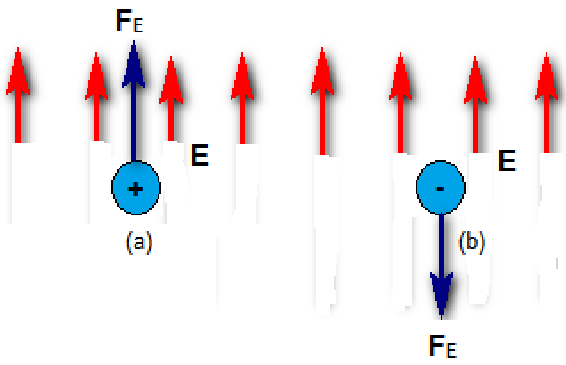
Podemos definir ainda que $0.\vec{a} = \vec{0}$ e $n.\vec{0} = \vec{0}$.

Exercício Resolvido

No seu estudo de eletricidade você verá uma grandeza física chamada de campo eletrostático ou simplesmente campo elétrico $\vec{E}$. Ela é uma grandeza vetorial e sua relação com a força elétrica $\vec{F}_E$ é dada através do produto por escalar

$$\vec{F}_E = q\vec{E},$$

onde *q* é a grandeza escalar chamada de carga elétrica, cuja unidade de medida é o Coulomb (C). Se em certa região do espaço existe um campo elétrico de direção vertical, sentido para cima e intensidade $E = \frac{10N}{C}$, determine as características (direção, sentido e intensidade) da força elétrica exercida pelo campo sobre uma carga (a) *q* = 2 C e (b) *q* = - 2C.



Solução

(a) Sendo q > 0, a direção e sentido da força elétrica é o mesmo do campo, vertical para cima. Sua intensidade vale:

$$F_E = qE = 2.10 = 20\ N.$$

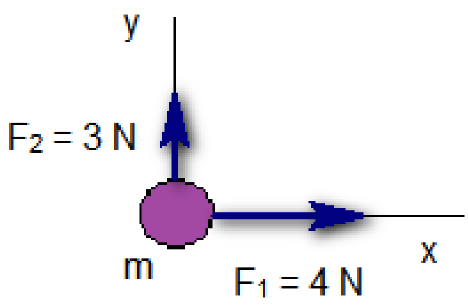
(b) Sendo q < 0, a direção da força elétrica é a mesma do campo e seu sentido é contrário ao campo. Sua intensidade é a mesma que no caso (a).

Exercício Resolvido

No seu estudo da Dinâmica você verá o princípio fundamental que diz: "A resultante das forças que atuam sobre uma partícula é igual ao produto de sua massa pela aceleração produzida pela resultante,

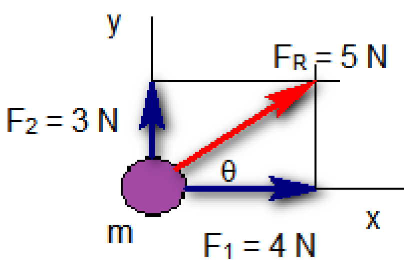
$$\vec{F}_R = m\vec{a}."$$

Considere então a seguinte situação: Uma partícula de massa $m = 2\ kg$ é submetida às duas forças como indica a figura ao lado. (a) Encontre as características (intensidade, direção e sentido) da força resultante dessas forças. (b) Encontre as características da aceleração da partícula.



Solução

(a) Primeiramente efetuemos a soma das forças. A figura mostre essa soma através da regra do paralelogramo. Como o ângulo entre as forças é de 90° a intensidade é dada diretamente pelo teorema de Pitágoras:



$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$$F_R = 5\ N.$$

O ângulo (direção) entre a resultante e o eixo dos x é θ, cujo valor é:

$$\cos\theta = \frac{4}{5} = 0{,}8.$$

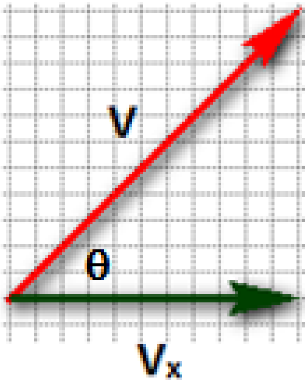
Com o auxílio da calculadora encontramos o ângulo: $\theta = 36{,}87°$.

(b) Do princípio fundamental vemos que $\frac{\vec{F}_R}{m} = \vec{a}$. Sendo a massa m um escalar positivo, a direção e sentido da aceleração é o mesmo da força resultante. Só falta calcular a intensidade. Fazemos o cálculo:

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{5}{2} = 2{,}5\frac{N}{kg}.$$

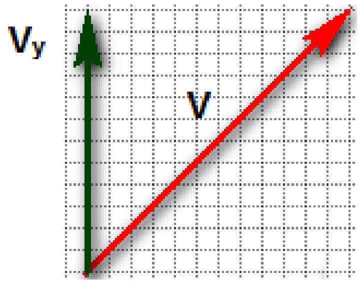
Projeção Ortogonal de um Vetor – Componentes Cartesianas

Considere o vetor **V** indicado na figura abaixo. Ele faz um ângulo θ com o eixo x. Esse ângulo, medido no sentido anti-horário a partir do eixo x, define a direção de **V**. Traçando uma perpendicular ao eixo (linha tracejada) a partir da extremidade do vetor **V**, construímos o vetor sobre o eixo x que designamos por $\mathbf{V_x}$. Dizemos que o vetor $\mathbf{V_x}$ é a projeção ortogonal de **V** sobre o eixo x. A intensidade do vetor $\mathbf{V_x}$ é dada por



$$V_x = V\, cos\theta$$

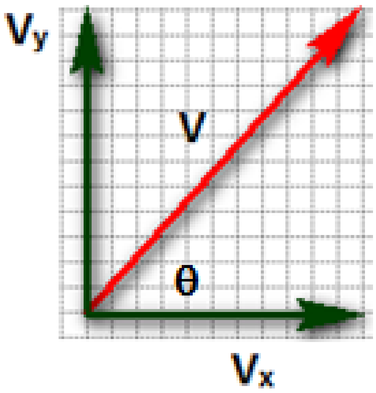
Da mesma forma, podemos encontrar a projeção ortogonal de **V** sobre o eixo y. Chamamos de $\mathbf{V_y}$ essa projeção ortogonal. A intensidade de $\mathbf{V_y}$ é dada com o auxílio do seno do ângulo θ, isto é:



$$V_y = V\ \text{sen}\ \theta$$

Desta forma todo vetor contido no plano pode ser decomposto em duas componentes que são as suas projeções ortogonais nas direções dos eixos cartesianos x e y.

Observe que a figura que mostra o vetor **V** e as suas projeções ortogonais em x ($\mathbf{V_x}$) e em y ($\mathbf{V_y}$) é justamente a regra do paralelogramo da soma vetorial. Assim, **V** é a soma vetorial dos vetores $\mathbf{V_x}$ e $\mathbf{V_y}$.



$$\vec{V} = \overrightarrow{V_x} + \overrightarrow{V_y}.$$

Como $\mathbf{V_x}$ e $\mathbf{V_y}$ compõem a soma que determina **V**, eles também são chamados de componentes cartesianas x e y do vetor **V**.

Observe que o ângulo entre os vetores componentes V_x e $\mathbf{V_y}$ é sempre 90^0, valendo o teorema de Pitágoras para o cálculo da intensidade do vetor **V**, caso sejam conhecidas as intensidades V_x e V_y de suas projeções:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}.$$

A direção de **V** também pode ser obtida a partir do conhecimento das intensidades de suas componentes x e y, pois podemos determinar por exemplo a tangente do ângulo θ que define a direção de **V** com relação ao eixo x, isto é:

$$\tan\theta = \frac{V_y}{V_x}.$$

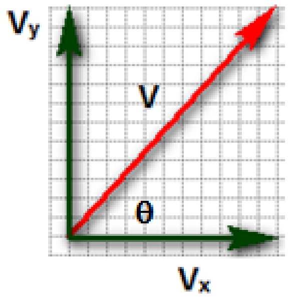
Também poderíamos recorrer ao seno ou ao cosseno do ângulo θ para determinarmos a direção de **V**.

$$\sin\theta = \frac{V_y}{V} = \frac{V_y}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}},$$

$$\cos\theta = \frac{V_x}{V} = \frac{V_x}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}$$

Exercício Resolvido

As componentes ou projeções, nos eixos x e y, do vetor velocidade **V** de uma partícula que se move no plano são V_x = 0,6 m/s e V_y = 0,8 m/s. Determine (a) a intensidade do vetor velocidade da partícula e (b) a sua direção.



Solução

Usando o teorema de Pitágoras determinamos o comprimento (módulo) do vetor **V**.

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}.$$

$$V = \sqrt{0{,}6^2 + 0{,}8^2} = 1{,}0$$

Usamos $\cos\theta = \frac{0{,}6}{1} = 0{,}6$ ou $\sin\theta = \frac{0{,}8}{1}$, ou ainda

$$\tan\theta = \frac{V_y}{V_x} = \frac{0{,}8}{0{,}6} = \frac{4}{3},$$

para determinarmos a direção de **V**. Com o auxílio da calculadora encontramos:

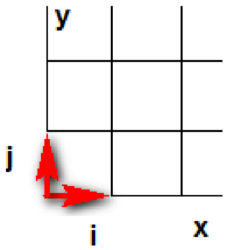
$$\theta = 53{,}13^0,$$

Com o eixo Ox medido no sentido anti-horário.

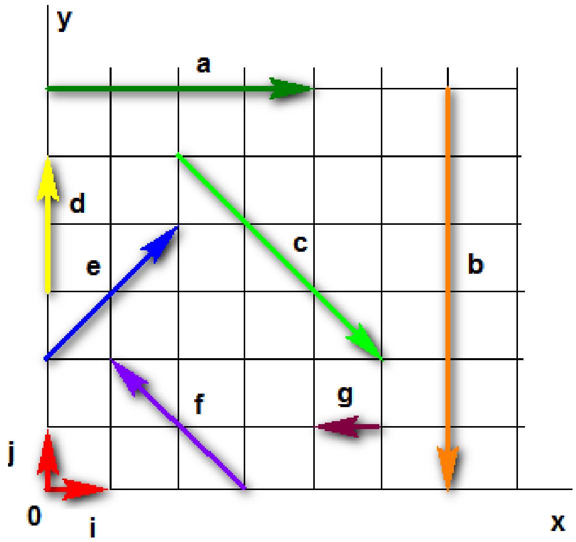
Vetores Unitários

Por definição um vetor é chamado de *vetor unitário* se seu comprimento é igual a 1. Este vetor está associado a uma direção no espaço e serve para escrevermos todos os vetores que estiverem na mesma direção do vetor unitário através do produto por escalar.

Vamos definir dois vetores unitários que determinam as direções dos eixos coordenados x e y no plano cartesiano. Chamaremos de vetor unitário $\hat{\imath}$ ao vetor que indica a direção e sentido do eixo dos x e chamaremos de vetor unitário $\hat{\jmath}$ ao vetor que indica a direção e o sentido do eixo y no plano cartesiano. Veja a figura ao lado.



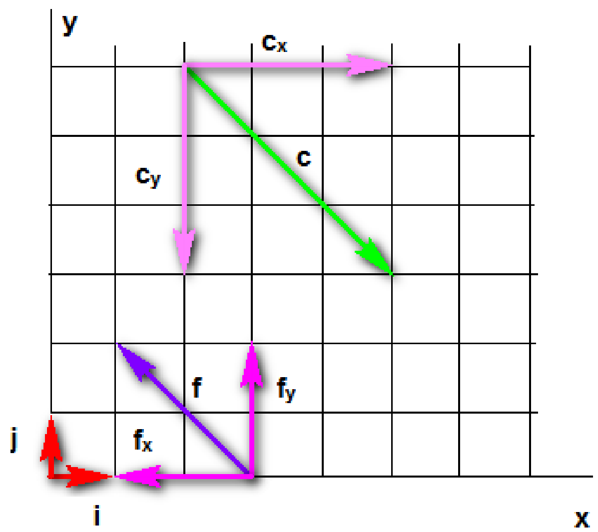
Esses vetores unitários são de grande importância e geram bastante simplicidade para operarmos os vetores. Por exemplo, considere os vetores $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}, \vec{f}\ e\ \vec{g}$ indicados na figura abaixo onde cada lado de um quadrado representa uma unidade de medida. Observe que o vetor $\vec{a}$ tem a direção do eixo x, seu sentido é para a direita e tem comprimento 4 unidades de medida. Então podemos escrever que,



$$\vec{a} = 4\hat{\imath}.$$

O vetor $\vec{d}$ é vertical para cima. Então $\hat{d}$ tem a direção e sentido do vetor unitário $\hat{\jmath}$, isto é,

$$\vec{d} = 2\hat{\jmath}.$$



Já o vetor $\vec{b}$ tem a direção mas seu sentido é oposto ao vetor unitário $\hat{\jmath}$. Então escrevemos:$\vec{b} = -6\hat{\jmath}$.

Observemos agora o vetor $\vec{c}$. Ele pode ser decomposto em dois vetores $\vec{c}_x\ e\ \vec{c}_y$, tais que:

$$\vec{c} = \vec{c}_x + \vec{c}_y.$$

Mas, da figura vemos que:

$$\vec{c}_x = 3\hat{\imath} \text{ e } \vec{c}_y = -3\hat{\jmath}.$$

Desta forma escrevemos $\vec{c}$ da seguinte maneira,

$$\vec{c} = 3\hat{\imath} \; - 3\hat{\jmath}.$$

Analogamente,

$$\vec{f} = -2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}.$$

Usando o mesmo procedimento escrevemos,

$$\vec{e} = 2\hat{\imath} + 2,$$

$$\vec{g} = -\hat{\imath}.$$

Exercício Resolvido

Utilize os vetores definidos na figura anterior e o auxílio dos vetores unitários $\hat{\imath}\ \ e\ \ \hat{\jmath}$ para efetuar as seguintes operações: (a) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$; (b) $\vec{c} - \vec{f}$ e (c) $2\vec{e} + \vec{b}$.

Solução

(a) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 4i + (-6j) + 3i - 3j = 7i - 9j;$

(b) $\vec{c} - \vec{f}$= 3i – 3j – (-2i +2j) = 5 i – 5 j.

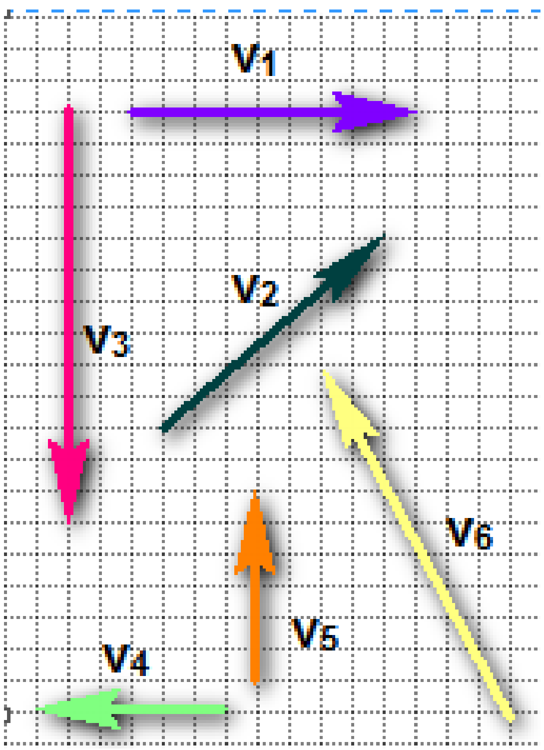
(c) $2\vec{e} + \vec{b} = \ 2(2\,\mathrm{i}\ +\ 2\,\mathrm{j}) + \ (-\,6\,\mathrm{j}) = 4\,\mathrm{i} + 4\,\mathrm{j} - 6\,\mathrm{j} = 4\,\mathrm{i} - 2\,\mathrm{j}.$

Exercícios do Capítulo

1. Usando a folha de papel milimetrado e os vetores indicados na região quadriculada abaixo efetue o que se pede:

(a) $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 - \vec{V}_4$; (b) $2\vec{V}_1 + \vec{V}_2 - \overrightarrow{3V}_4$; (c) $\vec{V}_5 - \vec{V}_4$;

(d) $\vec{V}_5 - \vec{V}_2$; (e) $\vec{V}_1 + \vec{V}_4$; (f) $\vec{V}_3 - \vec{V}_5$; (g) $\vec{V}_3 + \vec{V}_2$.



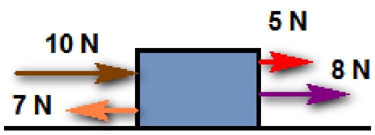
2. Escreva os vetores indicados na região quadriculada como combinação dos vetores unitários $\vec{\imath}$ e $\hat{\jmath}$. Considere o vetor $\hat{\imath}$ orientado na horizontal para a direita e o vetor $\hat{\jmath}$ vertical para cima.

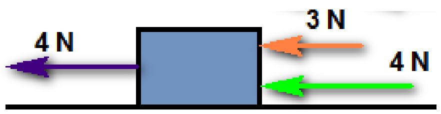
3. Faça as operações solicitadas no exercício 1 utilizando-se dos vetores unitários.

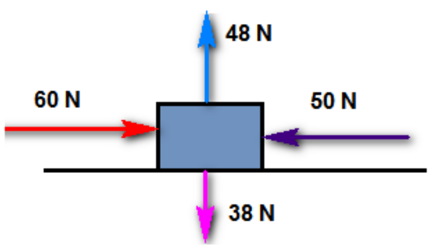
4. Dois vetores $\vec{E}_1$ e $\vec{E}_2$ têm intensidades 3 N/C e 4 N/C, respectivamente, e fazem um ângulo θ entre sí quando ligados pela origem. Encontre a intensidade da resultante entre eles nos casos: (a) $\theta = 0°$, (b) $\theta = 30°$, (c) $\theta = 60°$, (d) $\theta = 90°$, (e) $\theta = 120°$, (f) $\theta = 150°$.

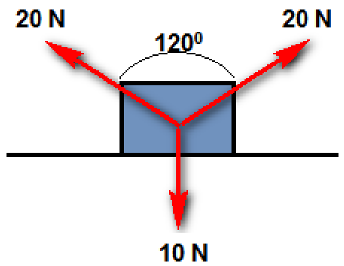
5. Utilize o enunciado do exercício 4 para encontrar a intensidade do vetor diferença $\vec{d} = \vec{E}_1 - \vec{E}_2$ nos itens de (a) até (f);

6. Encontre a intensidade da resultante das forças em cada caso abaixo:

(a) 

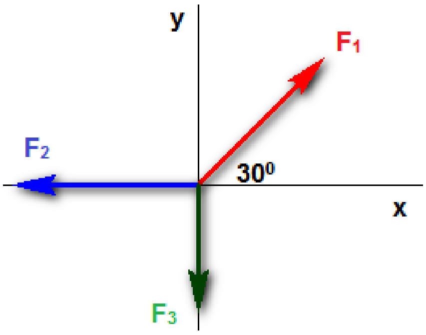
(b) 

(c) 



(d)

7. As forças indicadas na figura têm intensidades iguais $F_1 = 10\,N$, $F_2 = 10\,N$ e $F_3 = 8\,N$. (a) Encontre as projeções de cada uma das forças nos eixos coordenados; (b) Encontre a soma das projeções das forças na direção x; (c) Encontre a soma das projeções das forças no eixo y; (d) Faça um desenho mostrando os vetores correspondentes aos itens (b) e (c); (e) Escreva esses vetores em função dos vetores unitários $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$. (e) Encontre a intensidade da resultante de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$.



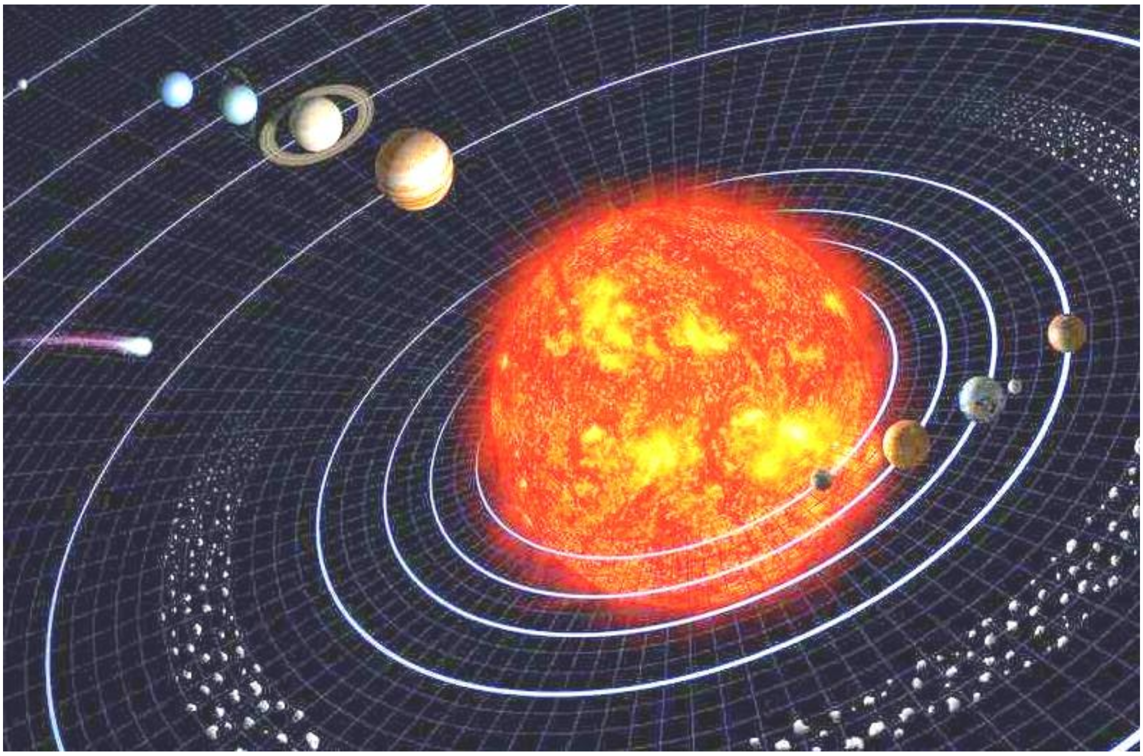
RESUMO DO CAPÍTULO

1. Em Física as grandezas envolvidas nos fenômenos podem ser classificadas em dois grupos: ***grandezas escalares*** e ***grandezas vetoriais***.
    - Uma grandeza escalar requer somente módulo e unidade de medida para ser caracterizada.
    - Uma grandeza vetorial requer módulo (e unidade de medida), direção e sentido para ser totalmente caracterizada.
2. Vetor é um objeto matemático que possui módulo direção e sentido e sua representação é feita através de um segmento de reta orientado.
3. Para se somar vetores há duas regras equivalentes; regra do paralelogramo e regra do polígono.
4. Podemos determinar a medida das intensidades dos vetores soma e diferença analiticamente através de ferramentas da geometria plana, como a lei dos cossenos e a lei dos senos.
5. Um vetor $\vec{a}$ pode ser multiplicado por um número real n qualquer. O resultado dessa multiplicação será um novo vetor $\vec{A}$, cujo módulo será n vezes o módulo do vetor $\vec{a}$.
6. Um vetor V que forma um ângulo θ com o eixo x terá suas componentes x e y dadas por:

$$V_x = V\,cos\theta \quad \text{e} \qquad V_y = V\ \text{sen}\ \theta$$

Cap. 2

Campo Gravitacional



Introdução

Neste capítulo, uma das forças fundamentais da natureza, *a força gravitacional* será estudada e no próximo capítulo será a vez da força elétrica. Para isto, faremos a definição de força sob o ponto de vista estático e uma classificação, de forma a levar em conta a distância entre os corpos que interagem mutuamente.

Forças de contato e Forças de Campo

Quando você empurra uma cadeira deslocando-a pela sala de aula o estado de movimento dela foi alterado do repouso para o movimento. Quando chuta uma bola de futebol o mesmo acontece. Ao empurrar a cadeira ou chutar a bola, ocorreu uma interação através do contato entre você e esses objetos. O resultado dessa interação foi a mudança no estado de movimento da cadeira e da bola.

Uma manga que amadurece e se desprende da mangueira, cai no chão. Essa queda é o resultado da interação entre a manga e a Terra. A Terra atraiu a manga fazendo-a cair. Essa interação da Terra com a manga não foi através do contato, como aconteceu entre você e a cadeira. Veremos adiante.

Efeito Estático das Forças

Forças são interações entre corpos cujos efeitos são produzir deformações e/ou variação de velocidades nos corpos. Trataremos inicialmente o caso da deformação. Um caso importante é aquele no qual a força atua sobre um corpo elástico, como por exemplo, uma mola.

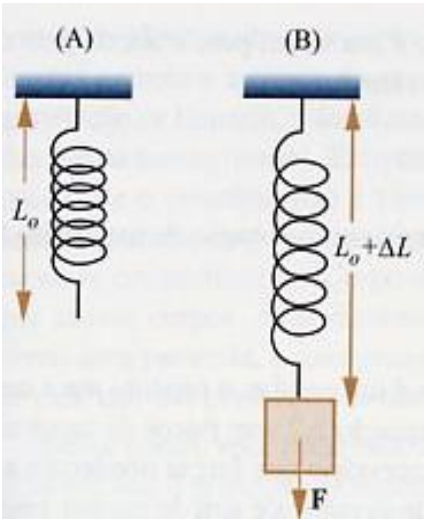


Figura 1: (A) Mola não deformada; (B) Mola deformada

Considere uma mola, de comprimento inicial L_0, presa à parede em uma de suas extremidades e solicitada por uma força $\vec{F}$, aplicada à outra extremidade. A figura 2.1(A) mostra a mola em seu comprimento natural (L_0) quando não solicitada pela força e a Fig. 2.1(B) mostra a mola já deformada pela ação de $\vec{F}$.

A experiência mostra que, a força $\vec{F}$ produzirá na mola uma *deformação*, isto é, um aumento de suas dimensões[2] na direção da força, de L_0 para L, que depende da *intensidade de* $\vec{F}$.

Chamamos de deformação x sofrida pela mola pela a ação de $\vec{F}$, à diferença entre os seus comprimentos quando deformada e não deformada,

$$\boldsymbol{x = L - L_0.} \quad \mathbf{2.1}$$

Se $x > 0$, a mola estará esticada com $L > L_0$. Se $x < 0$, a mola estará comprimida com $L < L_0$ e se $x = 0$ a mola não está deformada com $L = L_0$.

[2] As dimensões da mola também podem mudar pela ação da temperatura.

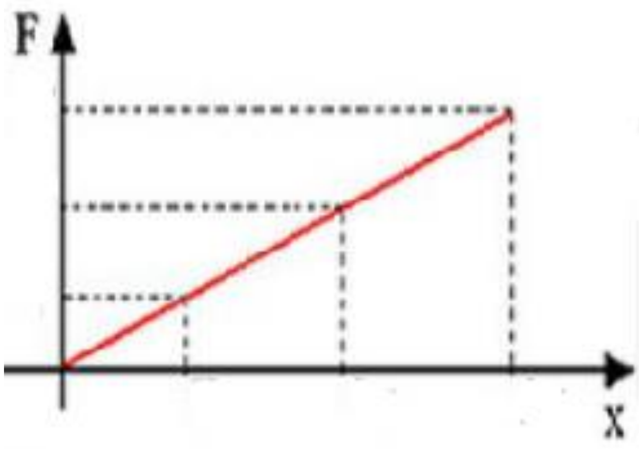


Gráfico- -2: Dependência entre a força F e a deformação x.

Se $\vec{F}$ não possui uma intensidade muito grande, verifica-se uma proporcionalidade entre a intensidade da força aplicada sobre a mola e a deformação sofrida (quanto maior a força aplicada, maior será a deformação da mola). O gráfico 1 mostra essa dependência linear entre F e *x*. Dele observamos que a razão força/deformação é constante. Chamamos essa constante de constante elástica da mola *k*,

$$\boldsymbol{k = \frac{F}{x}}. \qquad \mathbf{2.2}$$

Chamando de Newton (N) a unidade de força e metro (m) a unidade de medida de comprimento (deformação sofrida), *k* terá dimensões de Newton/metro (N/m).

Do gráfico 1 vemos que *k* é numericamente igual a tangente do ângulo entre a reta e o eixo X.

$$k = \tan\theta.$$

Usando a Eq.(2.2) expressamos a relação entre a intensidade da força e a deformação sofrida pela mola da seguinte forma:

$$\boldsymbol{F = -kx,} \qquad \mathbf{2.3}$$

que é conhecida como Lei de Hooke. Na Eq. (2.3), F é a intensidade da força que a mola exerce sobre o agente externo de modo a se opor à deformação que este produz sobre a mola. Por isso, um sinal negativo é colocado na equação, pois se $x > 0$ (deslocamento da extremidade da mola para a direita) $\vec{F}$apontará para a esquerda. Se $x < 0$ (deslocamento da extremidade da mola para a esquerda) $\vec{F}$apontará para a direita, isto é, $\vec{F}$será tal que sua tendência será de restaurar o comprimento natural da mola. Dizemos que $\vec{F}$ é uma ***força restauradora.***

Exercício Resolvido

(UFSM-adaptada) Durante os exercícios de força realizados por um corredor, é usada uma tira de borracha presa ao seu abdome. Nos arranques, o atleta obtém os seguintes resultados:

Semana	1	2	3	4	5
$\Delta x(cm)$	20	24	26	27	28

Determine o máximo de força atingido pelo atleta, sabendo-se que a constante elástica da tira é de 300 N/m e que obedece à lei de Hooke.

Solução:

$F = -k.x$

$F = -300.0{,}28$

$F = -84\ N$

A força é de 84 N, o sinal negativo indica que essa força é contrária à força de restauração da mola.

Uma força que, atuando num meio elástico tem as características mencionadas, será chamada de força elástica. Ela é uma força de contato, pois o agente externo precisa entrar em contato com a mola para deformá-la. Outros exemplos de força de contato são: a força de tração ($\vec{T}$), que atua em fios e cabos, a força de atrito (f_{at}) de deslizamento entre duas superfícies em contato, a força normal ($\vec{N}$) que é perpendicular às superfícies em contato, etc..

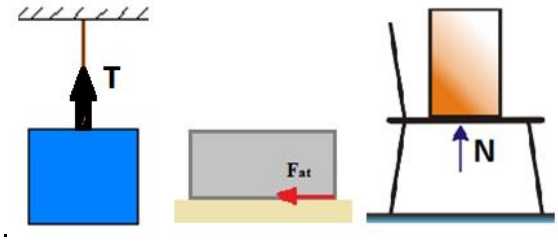


Figura 2: Forças de tração T, atrito f_{at} e normal N.

Conceito de Campo

Existem forças nas quais os corpos interagem mesmo **sem estarem em contato**. Essa interação à distância entre os corpos nos leva naturalmente ao *conceito de campo*.

Chamamos de força de campo (em oposição às forças de contato) àquelas nas quais os corpos interagem mesmo quando estão separados por uma distância *d* finita ($d \neq 0$).

Três exemplos importantes de força de campo[3] que serão tratados inicialmente no nosso curso são: *a força gravitacional, a força elétrica* e a *força magnética*.

Força de Campo Gravitacional. Lei da Gravitação de Newton

Um asteroide, no espaço, viajaria infinitamente em linha reta com velocidade constante, se não passasse próximo de nenhum corpo celeste ou não sofresse nenhuma colisão. Se, entretanto, passar próximo de um corpo celeste, como a Terra por exemplo, sofreria um desvio em sua trajetória. Veja a figura a seguir.

Figura 3

Não houve contato entre a Terra e o asteroide, mas este "percebeu" a presença da Terra. O fato é que a massa de um corpo, "perturba" o espaço à sua volta. Quanto maior a massa do corpo, maior será essa perturbação que ele provoca no espaço. Chamamos essa perturbação de campo gravitacional.

Dois corpos, de formas quaisquer, de massas m e M e separados por uma distância *d* atraem-se mutuamente, através de uma força chamada de *força gravitacional*. Na situação mostrada, o asteroide é atraído pela Terra, desviando-se de sua rota inicial devido a interação gravitacional.

Consideraremos apenas o caso mais simples, na qual a interação gravitacional se dá entre dois corpos pontuais (duas partículas). A exceção a

[3] Outro exemplo importante é o campo magnético.

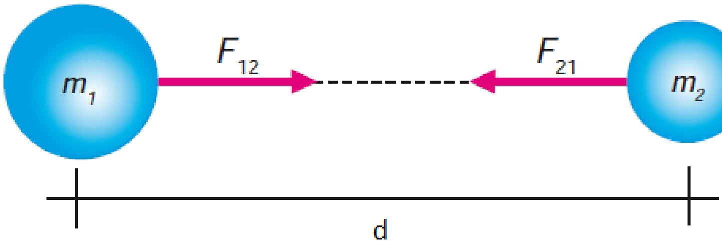
este caso é a interação entre corpos perfeitamente esféricos, pois estes se comportam como corpos pontuais colocados nos seus centros.

"Quando duas partículas de massas m_1 e m_2, estão separados por uma distância d, uma atua (à distância) sobre a outra de modo que a interação mútua possui as seguintes características:

***Direção**: da reta que une as partículas.*

***Sentido**: é sempre de aproximação (força atrativa).*

***Intensidade**:* $$F_G = \frac{Gm_1m_2}{d^2} \qquad 2.4$$



Onde G é uma constante que independe do meio no qual as partículas estão imersas, chamada de constante da gravitação universal. Seu valor é o mesmo para todos os pares de partículas (corpos) microscópicas ou macroscópicas:

$$G = 6{,}67\; x\; 10^{-11}\; N.m^2/kg^2$$

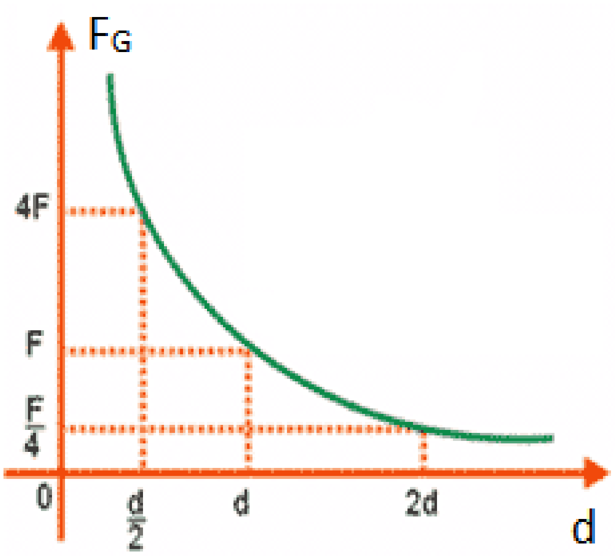


Gráfico- -3: Dependência da força gravitacional com a distância d entre duas partículas.

Devido ao fato da constante da gravitação universal ser muito pequena, a interação gravitacional é extremamente pequena para massas de pequena ordem de grandezas. Somente quando as massas são grandes (como massas de planetas ou astros) é que o efeito gravitacional é apreciável. A Eq. (2.4) em sua forma vetorial é chamada de Lei de Newton para a gravitação.

A força gravitacional entre duas partículas, possui intensidade proporcional ao produto das massas das partículas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas. O gráfico 2 evidencia essa dependência com a distância para m_1 e m_2 fixos. Dobrando-se a distância entre as partículas a intensidade da força cai à 1/4 do valor anterior.

Exercício Resolvido

Qual o valor da força, em newtons, de atração entre a Terra e a Lua? Os dados são:

$m_1 = 5{,}97\ x\ 10^{24} kg(massa\ da\ Terra); m_2 = 7{,}34\ x\ 10^{22} kg(massa\ da\ Lua); G = 6{,}67\ x\ 10^{-11}\ m^3/kg.s^2$. A distância Terra-Lua é de 384.000 km.

Solução:

$F = G.m_1.m_2/d^2$

$F = 6{,}67\ x\ 10^{-11}.5{,}97\ x\ 10^{24}.7{,}34\ x\ 10^{22}/(3{,}84\ x10^8)^2$

$F = 292{,}27\ x\ 10^{35}/14{,}74\ x\ 10^{16}$

$F = 19{,}82\ x\ 10^{19} = 1{,}98\ x\ 10^{20}\boldsymbol{N}$

Campo Gravitacional $\vec{g}$

Fatorando m_2 na Eq. 2.4, isto é, escrevendo

$$F_G = \left[\frac{Gm_1}{d^2}\right] m_2,$$

podemos interpretar este resultado dizendo que, quando m_2 estiver à distância *d* da massa m_1, ela sofrerá uma força gravitacional devido a m_1 proporcional à sua massa, de modo que, a força gravitacional pode ser escrita na forma

$$\boldsymbol{F_G = g.m_2}, \quad \mathbf{2.5}$$

onde $g = \frac{G.m_1}{d^2} = \frac{F_G}{m_2}$, é a intensidade de *g* (independente de m_2.)

Como m_2 é um escalar, a característica vetorial de $\overrightarrow{F_G}$ é inteiramente incorporada por *g*, isto é, *g* é uma grandeza vetorial ($\vec{g}$) com as seguintes características:

- **Direção**: da reta que une as partículas
- **Sentido**: de aproximação (atrativo)
- **Intensidade**: $\mathrm{g} = \frac{\mathrm{G.m_1}}{\mathrm{d^2}}$

Da definição do vetor campo gravitacional $\vec{g}$, vemos que sua intensidade é proporcional à massa m_1,

$$\boldsymbol{g} = \left(\frac{\boldsymbol{G}}{\boldsymbol{d^2}}\right)\boldsymbol{m_1}, \quad \mathbf{2.6}$$

inversamente proporcional ao quadrado da distância, tem a direção da reta que une m_1 a m_2 e sentido de forma a atrair m_2 para m_1.

Se $m_1 \neq 0$, a equação nos diz que $g \neq 0$. Isto é, se o corpo possui massa, esta cria ao seu redor uma região de influência sobre massas chamado de campo gravitacional $\vec{g}$. Dizemos que massa cria gravidade.

Supondo m_1 fixa, na equação 2.4, m_2 é atraída para m_1 com a força

$$\overrightarrow{F_G} = m_2\vec{g}.$$

Desta forma $\vec{g}$ se comporta como algo intermediário entre m_1 e m_2, de modo que uma força entre elas apareça mesmo não havendo contato. A essa característica de intermediário entre as massas para o aparecimento da força gravitacional chamamos de campo gravitacional $\vec{g}$.

De uma maneira concreta, definimos o campo gravitacional $\vec{g}$, no ponto onde colocamos a massa m_2, como força gravitacional entre m_1 (de forma qualquer – não precisa ser partícula) e m_2 dividida pela massa m_2,

$$\vec{g} = \frac{\overrightarrow{F_G}}{m_2}. \qquad 2.7$$

Exercício Resolvido

Determine o módulo do campo gravitacional terrestre em um ponto na superfície do planeta, considerando:

d = 6378 km o raio equatorial da Terra.

G = $6{,}67\ x\ 10^{-11}\ m^3/kg.s^2$

$m_1 = 5{,}97\ x\ 10^{24} kg$ a massa da Terra.

Solução

Usando a equação 2.6

$$g = \left(\frac{G}{d^2}\right)m_1$$

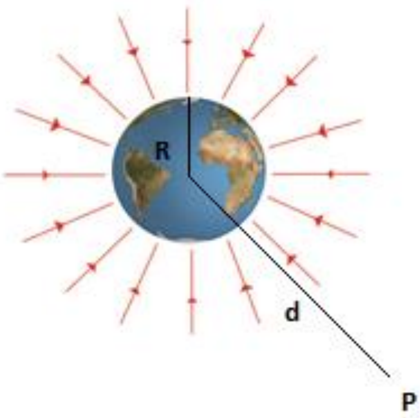
$$g = \frac{6{,}67\ x\ 10^{-11}}{(6{,}378\ x\ 10^6)^2}$$

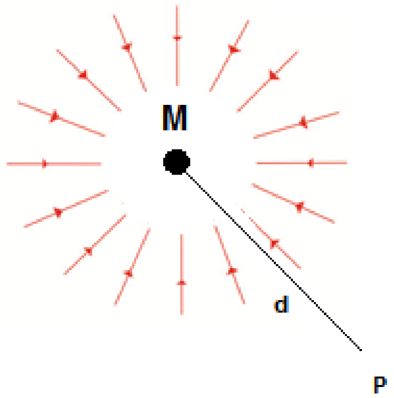
$$g = 9{,}8\ m/s^2$$

Campo Gravitacional da Terra

Para pontos **P** situados a uma altura $h = d - R$, além da superfície, o campo gravitacional terrestre é do mesmo tipo daquele como se toda a massa **M** da terra estivesse concentrada no seu centro, isto é:

$$\boldsymbol{g = G\frac{M}{d^2} = G\frac{M}{(R+h)^2}} \qquad \textbf{2.8}$$





Veja a semelhança entre as figuras anteriores. O que você precisa compreender é que, o campo gravitacional da Terra (ou de um corpo esférico qualquer) para pontos situados *fora do corpo esférico* $(d > R)$ é *do mesmo tipo daquele produzido por uma massa puntiforme* M igual à massa do planeta. Para pontos dentro do corpo esférico não é do mesmo tipo, mas para fora sim. Então, se quisermos resolver um problema onde a pergunta é o valor do campo gravitacional criado por um corpo esférico de massa M e raio R a uma distância d $(d > R)$ do seu centro, resolvemos outro problema que possui a mesma resposta. Esse problema é o campo criado por uma massa puntiforme M a uma distância d da massa.

E se quisermos calcular o campo num ponto no interior do planeta $(d < R)$ o que devemos fazer? Inicialmente não podemos dizer que o valor desse campo é igual ao produzido por uma massa puntiforme a uma distância d da mesma, pois isso só vale para pontos fora da esfera.

Exercício Resolvido

Considere um ponto no espaço situado a uma distância 300 km da superfície, onde está aproximadamente a ISS (Estação Espacial Internacional). Determine o valor do campo gravitacional g, na estação.

Solução

$$g = G\frac{M}{(R+h)^2}$$

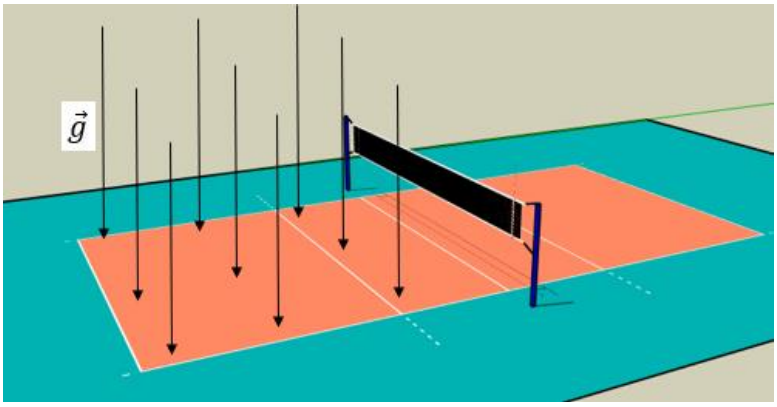
$$g = 6{,}67\,x\,10^{-11}.\frac{5{,}97\,x\,10^{24}}{(6{,}378\,x\,10^{6}+3x10^{5})^2}$$

$$g = 8{,}92\ m/s^2$$

Observe que o valor de g a 300 km de altitude é menor do que o valor de g na superfície, entretanto, essa diferença não é tão grande quanto muitos estudantes pensam.

Campo Gravitacional Uniforme

Você pôde ver que o valor do campo gravitacional da Terra varia com a distância d (equação 2.8). Á medida que distanciamos da superfície da Terra, o valor de g vai diminuindo. Entretanto, se consideramos uma região, e não um ponto, pequena comparada ao raio da Terra, o valor de d pouco vai variar e consequentemente o valor de g. Nesse caso, nessa região o campo gravitacional também vai variar muito pouco e, pode ser considerado constante. Por exemplo: em um jogo de vôlei, a região da quadra onde ocorre a partida, a altura do teto do ginásio, é muito pequena comparada ao raio da Terra. Assim, a bola à dois metros de altura ou à 6 metros, não perceberá mudança significativa no valor do campo gravitacional g.



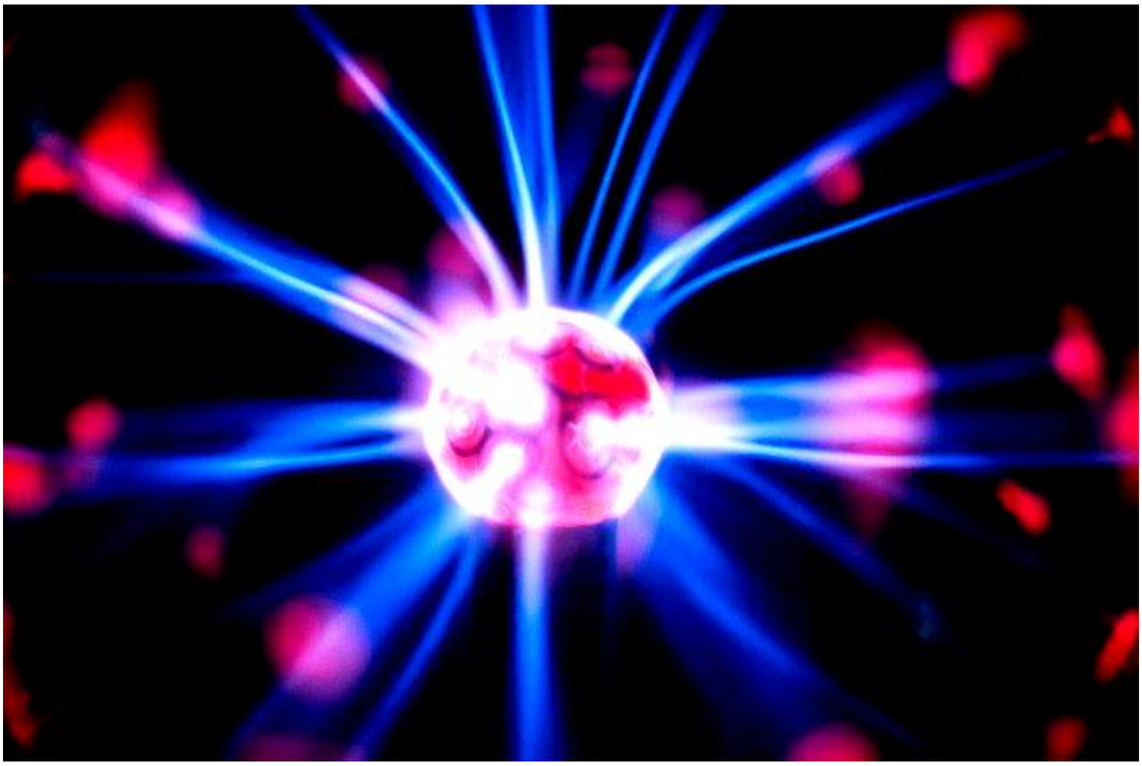
Então, considerando pequenas variações de altura, comparadas ao raio da Terra, o campo gravitacional nessa região pode ser considerado constante. Isso significa que em todos os pontos nessa região do espaço, o campo gravitacional tem o mesmo módulo a direção e o mesmo sentido. Nos seus estudos de queda livre perceberá que o valor de g (9,8 m/s^2), será sempre considerando o campo gravitacional uniforme nas proximidades da superfície da Terra.

RESUMO DO CAPÍTULO

1. Vimos dois tipos de força: força de contato e força de campo.
2. Forças são interações entre corpos cujos efeitos são produzir deformações e/ou variação de velocidades nos corpos.
3. No Sistema Internacional, a unidade de força é o N(Newton).
4. A lei de Hooke estabelece que a força de restauração de uma mola é dada por $F = -k.x$, onde k é a constante elástica característica da mola.
5. Forças de campo são aquelas nas quais os corpos interagem mesmo quando estão separados por uma distância d finita.
6. A força de interação gravitacional entre dois corpos de massas m_1 e m_2 e separados por uma distância d, é dada pela Lei da Gravitação de Newton
$$F = \frac{G.m_1.m_2}{d^2}$$
7. O grampo gravitacional g gerado por uma massa m, à uma distância d, é $g = \frac{G.m}{d^2}$
8. O valor do campo gravitacional g em um ponto qualquer onde colocamos uma massa m_2 como massa de prova, é dado por $\vec{g} = \frac{F_G}{m_2}$ onde F_G é a força gravitacional e m_2 a massa de prova.
9. Em uma pequena região do espaço em torno da Terra o campo gravitacional pode ser considerado constante.

Cap. 3

Campo Eletrostático



Introdução

Um experimento extremamente simples, que provavelmente você já deve ter feito ou visto, consiste em esfregar uma régua de plástico nos cabelos (quando secos) e atrair pequenos pedaços de papel. Você pode usar no lugar de papel, pequenas esferas de isopor. As esferas, como os pedacinhos de papel, são atraídas pela régua atritada.

Você estudará mais tarde, com mais detalhes, que ao atritar (esfregar) a régua de plástico no cabelo, ocorre uma transferência de elétrons dos cabelos para a régua. Ou seja, os cabelos cedem elétrons para a régua. Então os cabelos adquirem carga positiva, pois perderam elétrons, e a régua fica com carga negativa, pois ganhou elétrons.

Ao aproximar, então, a régua eletrizada (com excesso de cargas negativa) de um pequeno pedaço de papel (eletricamente neutro), há uma interação à distância, pois o papel "sente" a presença da carga elétrica da régua.

Vimos que a presença de uma massa M perturba o espaço à sua volta (campo gravitacional). A massa cria gravidade. Da mesma forma, a presença de carga elétrica Q, perturba o espaço à sua volta. À essa perturbação chamamos campo eletrostático.

É um fato experimental que cargas elétricas em repouso produzem campos elétricos independentes do tempo, o que denominamos de campo eletrostático. Estudaremos neste capítulo algumas das propriedades desse campo, especialmente o seu caráter conservativo.

As interações elétricas entre as cargas representam uma outra força fundamental da natureza, assim como o caso gravitacional. Estudaremos a interação entre cargas situadas em corpos pontuais em repouso, conhecida na literatura como lei de Coulomb.

Uma carga elétrica Q, puntiforme, estabelece um campo elétrico. Esse campo é o responsável por transmitir a interação entre essa carga Q e uma carga de prova q, colocada nesse campo. A partir do movimento da carga de prova q, podemos representar graficamente o campo elétrico em torno de Q. Veja as figuras a seguir:

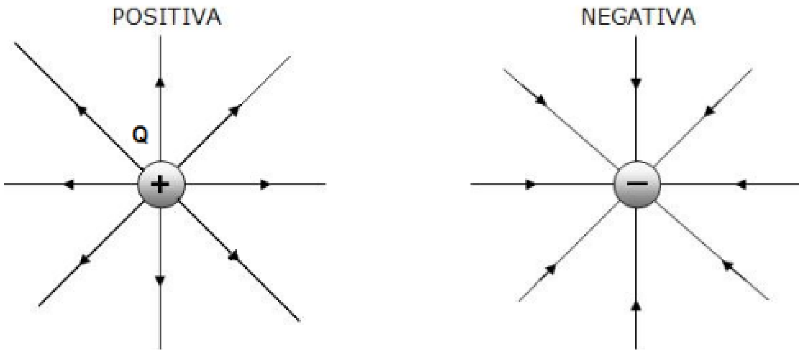


Figura 4: Linhas de força

Essas linhas são chamadas de linhas de força e são linhas tangentes ao vetor campo elétrico $\vec{E}$ em cada ponto. O vetor campo elétrico em cada ponto é definido como a razão entre a força elétrica e a carga de prova q:

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{\mathbf{q}}, \qquad \mathbf{3.1}$$

cuja unidade de medida é o N/C. Note que, analogamente, o vetor campo gravitacional é dado por

$$\vec{\mathbf{g}} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{F_G}}}{\mathbf{m}}$$

No seu estudo da eletricidade você estudará circuitos elétricos, onde cargas elétricas se movem ordenadamente em curvas fechadas (malhas). Essas cargas se moverão sob ação de campos elétricos diferentes dos estudados aqui, pois serão criados não por cargas em repouso e que não possuem mais um caráter conservativo. Isto é, um campo de natureza não eletrostática (criado, por exemplo, pelas baterias) é que são responsáveis pelas correntes nos circuitos elétricos.

Força de Campo Elétrico $\vec{F}_E$. Lei de Coulomb

Quando duas partículas que possuem carga elétrica interagem (à distância) entre si, a força de natureza elétrica manifesta entre elas possui as seguintes características:

- **Direção:** da reta que une as cargas
- **Sentido:** atrativo se $q_1.q_2$ é negativo e repulsivo se $q_1.q_2$ é positivo.
- **Intensidade:** proporcional ao módulo do produto entre as cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas. Matematicamente escrevemos:

$$\boldsymbol{F_E = K_0 \frac{|q1.q2|}{d^2}}, \qquad \textbf{3.2}$$

para a intensidade da força elétrica. Nesta equação K_0 é uma constante que depende do meio no qual as cargas estão imersas. Para cargas imersas no vácuo, a constante vale:

$$K_0 = 9{,}0\,.\,10^9 N.\frac{m^2}{C^2}.$$

A figura ao lado mostra o dispositivo usado por Coulomb, para a verificação experimental da lei da força de interação elétrica entre corpos eletrizados, chamado de balança de torção. Ele consiste de dois cilindros de vidro de raios diferentes e assentados um sobre o outro e com eixo comum. No topo do cilindro mais estreito existe um suporte onde um fio vertical de metal é ligado a um micrômetro para medir a torção do fio. Esse fio vertical é conectado a uma haste horizontal que pode girar livremente. Duas pequenas esferas metálicas, uma de cada lado, ocupam as extremidades da haste. Através de uma abertura no cilindro de raio maior, transfere-se carga elétrica a uma das esferas presa a haste. Ao aproximar-se um outro corpo carregado da esfera presa na haste provoca-se a torção no fio de um ângulo que é proporcional à força de torção. A análise dos resultados experimentais para diversas medidas levou Coulomb até a lei da força.

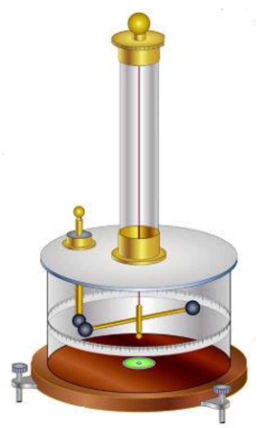


Figura 2: Balança de torção

Observe a grande similaridade entre as leis da força de campo gravitacional e elétrica:

- ambas são proporcionais ao produto das propriedades das partículas, da massa no caso gravitacional e das cargas no caso elétrico.
- ambas variam com o inverso do quadrado da distância entre as partículas.

Contudo, há também diferenças:

- O sentido da força gravitacional é único, sempre atrativo, enquanto há dois sentidos para a força elétrica, atrativo ou repulsivo.
- A constante gravitacional G não depende do meio onde as massas estão imersas, enquanto que a constante eletrostática K, depende do meio, sendo $K = K_0$, se o meio é o vácuo.

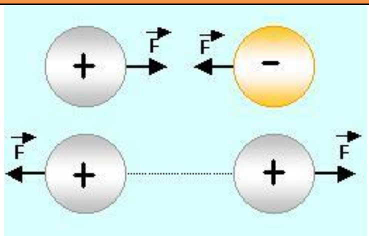


Figura 3: Sentido da força elétrica

Exercício Resolvido

Considere duas partículas de cargas elétricas $q_1 = 4,0 \times 10^{-16}$ C e $q_2 = 6,0 \times 10^{-16}$ C, separadas no vácuo por uma distância de $3,0.10^{-9}$m. Sendo $k=9,0.10^{9}$ N.m^2/C^2, determine, em newtons, a intensidade da força de interação entre elas.

SOLUÇÃO:

$$F_E = K_0 \frac{|q1.q2|}{d^2}$$
$$F_E = 9,0\,x\,10^9.4,0\,x\,10^{-16}.6,0\,x\,10^{-16}/(3,0\,x\,10^{-9})^2$$
$$F_E = 2,4\,x\,10^{-4}N$$

Como ambas as cargas são positivas, a força elétrica entre elas será, então, de repulsão.

Campo Elétrico da Carga Puntiforme

Analogamente ao caso da força gravitacional definimos um campo, como **agente intermediário para a transmissão à distância das forças elétricas entre as cargas**, nesse caso, chamado de **campo elétrico**. Se as cargas sobre as quais a força elétrica se manifesta estão em repouso denominaremos o campo elétrico por elas criados de campo eletrostático.

Em inúmeras situações, as distâncias envolvidas entre vários pontos onde desejamos calcular ou medir o campo elétrico, até o corpo eletrizado com carga elétrica é muito maior do que as dimensões desse corpo. Nesse caso consideramos este corpo como uma carga puntiforme. Veja a figura a seguir

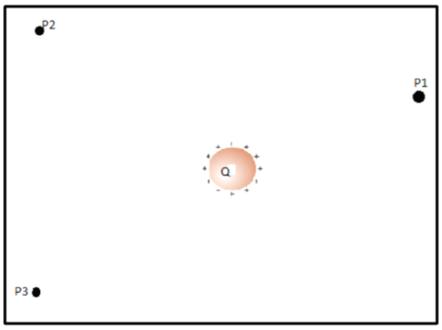


Figura 4: Cargas puntiformes

Se as dimensões de Q forem bem menores do que as distâncias entre os pontos P1, P2 e P3, Q pode ser considerada uma carga puntiforme (um ponto).

Veremos agora as características do vetor campo elétrico $\vec{E}$ devido a uma carga puntiforme:

- A ***intensidade*** desse campo em cada ponto é dada por:

De 3.1 temos $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_E}}{\mathrm{q}}$

De 3.2 temos $F_E = K_0 \frac{|q1.q2|}{d^2}$ substituindo 3.2 em 3.1 temos que a intensidade do campo de uma carga pontual é dado por

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{k_0.Q}}{\mathbf{d^2}} \qquad \textbf{3.3}$$

onde Q é a carga pontual.

- A ***direção*** do campo é a mesma da força $\overrightarrow{F_E}$, ou seja, é a direção da reta que passa pelo ponto considerado e pela carga pontual Q.

- O **sentido** do campo depende do sinal de Q:

Para Q > 0 o sentido é saindo da carga Q.

Para Q < 0 o sentido é entrando na carga Q.

Exercício Resolvido

Considere uma carga Q de 16 μC no vácuo. Determine o módulo de campo elétrico estabelecido por essa carga a uma distância de 4 cm dela.

Solução:

$$E = \frac{k_0.Q}{d^2}$$

$$E = 9{,}0\,x\,10^9.16\,x\,10^{-6}/(4\,x\,10^{-2})^2$$

$E = 9\,x\,10^{7}\,{}^{N}/_{C}$

Campo elétrico uniforme

Se em uma região do espaço o vetor campo elétrico $\vec{E}$ for o mesmo, dizemos então que se trata de um campo elétrico uniforme. Então, nessa região o vetor $\vec{E}$ tem o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido em qualquer ponto.

Duas placas planas e paralelas, com cargas de sinais opostos, estabelecem entre elas um campo elétrico uniforme. Veja a figura a seguir.

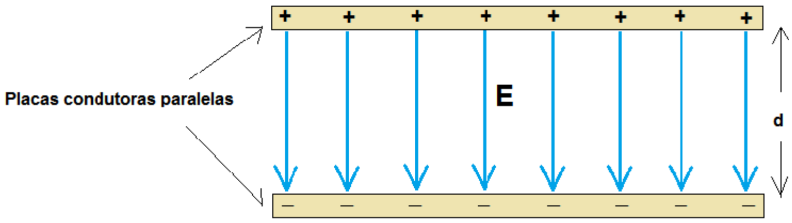


Figura 5: Campo elétrico uniforme

Na pratica, para a distância entre as placas devem ser bem menores do que suas dimensões.

Se o campo é uniforme, de acordo com a equação 3.1, a força elétrica sobre uma carga q colocada na região entre as placas será constante. Mais adiante estudaremos o movimento descrito por essa partícula nessas condições.

Exercício Resolvido

Suponha que uma carga q de 1 µC seja abandonada próxima a placa positiva. Considere o módulo de $E = 2\,x\,10^{5}\ N/C$. Determine o módulo da força elétrica sobre a carga.

Solução:

De 3.1 $E = \frac{F_E}{q}$, logo, $F_{\,E} = E.q = 2x10^{5}.1x10^{-6} = 0{,}2\ N$

Mais adiante no seu curso, você estudará também o campo elétrico criado por várias cargas puntiformes.

Quadro comparativo

Campo gravitacional	Campo Elétrico
$\vec{g} = \frac{\vec{F}_G}{m}$	$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q}$
$g = \frac{G.m}{d^2}$	$E = \frac{k_0 q}{d^2}$

Força gravitacional:	**Força elétrica**:
- **Direção**: reta que une as duas massas. - **Sentido:** de atração. - **Intensidade**: $\boldsymbol{F = \frac{G.m_1.m_2}{d^2}}$ **(Lei de Newton da Gravitação)**	- **Direção**: reta que une as duas cargas. - **Sentido**: de atração para cargas opostas de repulsão para cargas iguais. -Intensidade: $\boldsymbol{F = \frac{k_0.q_1.q_2}{d^2}}$ **(Lei de Coulomb)**
$\vec{\boldsymbol{g}}$ é um mediador entre as duas massas.	$\vec{\boldsymbol{E}}$ é um mediador entre as duas cargas.

RESUMO DO CAPÍTULO

1. Uma carga elétrica Q, puntiforme, estabelece à sua volta, um campo elétrico. Esse campo é o responsável por transmitir a interação entre essa carga Q e uma carga de prova q, colocada na região do campo.
2. Linhas de força e são linhas tangentes ao vetor campo elétrico $\vec{E}$ em cada ponto. O vetor campo elétrico em cada ponto é definido como a razão entre a força elétrica e a carga de prova q:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

3. A força elétrica entre duas cargas tem a direção da reta que as une; sentido atrativo se o produto entre elas é negativo e repulsivo se o produto for positivo. A intensidade dessa força é dada por $F_E = K_0 \frac{|q1.q2|}{d^2}$. A constante k_0 depende do meio onde as cargas estão imersas.
4. O campo elétrico estabelecido por uma carga puntiforme é calcular por $E = \frac{k_0.Q}{d^2}$. O Sentido do campo depende do sinal de Q: Para Q > 0 o sentido é saindo da carga Q. Para Q < 0 o sentido é entrando na carga Q.
5. Em um campo elétrico uniforme o vetor E tem o mesmo módulo, direção e sentido em todos os pontos.

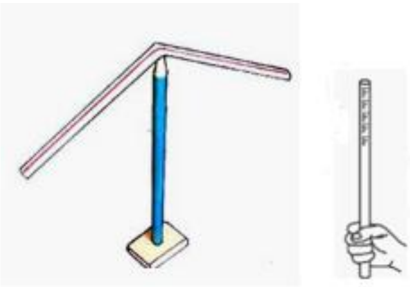
Atividade Experimental

Atividade 1 – O pêndulo elétrico.

Objetivo: demostrar a força elétrica de repulsão/atração à distância.

Material: pedaço de linha; suporte (ou algum lugar para prender o pêndulo); pedaço de papel alumínio (usado nas cozinhas); canudinhos.

Procedimento:
Faça uma pequena esfera, amassando o papel alumínio. Prenda a esferinha na linha e amarre a outra extremidade da linha no suporte. Esfregue o canudinho nos cabelos (secos), ou em um tecido seco (o canudinho deve ficar eletrizado).



Aproxime devagar o canudinho eletrizado da pequena esfera, sem encostar. O que você observou?

Figura 6: Pêndulo elétrico

Agora aproxime novamente o canudinho e toque-o na esfera, afastando em seguida. Agora aproxime lentamente o canudinho da esfera mais uma vez. O que você observou?

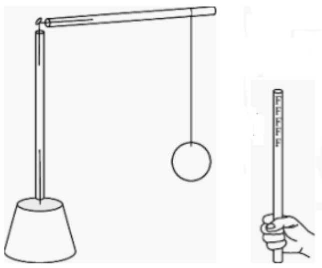
Atividade 2 – Canudinho que gira

Objetivo: demostrar a força elétrica de repulsão/atração à distância.

Material:
canudinhos, lápis apontado, suporte para o lápis (pode ser massa de modelar, uma borracha com furo, etc.), guardanapos secos.

Procedimento:
Dobre o canudinho ao meio de modo a apoiá-lo (figura) na ponta do lápis. Manuseie com cuidado para não eletrizá-lo. Eletrize a metade desse canudinho antes de apoiá-lo na ponta do lápis usando um pedaço de pano ou guardanapo. Eletrize outro canudinho e aproxime-o primeiro da metade não eletrizada do canudinho apoiado no lápis. O que você observou? Depois aproxime-o da metade eletrizada. O que você observou agora?

Figura 7: Canudinho que gira



Exercícios

Q1- UECE (Adaptada)

Considere o campo elétrico gerado por duas cargas elétricas puntiformes, de valores iguais e sinais contrários, separadas por uma distância d. Sobre esse vetor campo elétrico nos pontos equidistantes das cargas, é correto afirmar que

a) tem a direção perpendicular à linha que une as duas cargas e o mesmo sentido em todos esses pontos.

b) tem a mesma direção da linha que une as duas cargas, mas varia de sentido para cada ponto analisado.

c) tem a direção perpendicular à linha que une as duas cargas, mas varia de sentido para cada ponto analisado.

d) tem a mesma direção da linha que une as duas cargas e o mesmo sentido em todos esses pontos. *

e) tem a mesma direção da linha que une as duas cargas e o sentido para a carga de maior intensidade.

Q2- UFPA

Numa certa experiência, verificou-se que a carga de 5 μC, colocada num certo ponto do espaço, ficou submetida a uma força de origem elétrica de valor $4. 10^{-3}$ N. Nesse ponto, a intensidade do campo elétrico é igual a:

a) 20 kN/C

b) 0,8 μN/C

c) 0,8 kN/C

d) 20 μN/C

e) 0,8 N/C

Q3- (Mackenzie-SP) Um corpúsculo eletrizado com carga elétrica Q, fixo em um ponto do vácuo, cria a 50 cm dele um campo elétrico tal que, quando colocamos uma carga de prova de 2μC nesse ponto, ele fica sujeita a uma força elétrica de repulsão de intensidade $5{,}76\times10^{-3}$ N. Determine o valor de Q.

a) 4 μC

b) 6 μC

c) 8 μC

d) 10 μC

e) 12 μC

Q4-(MACKENZIE-SP) Uma carga elétrica puntiforme com 4μC que é colocada em um ponto P do vácuo, fica sujeita a uma força elétrica de intensidade 1,2 N. O campo elétrico nesse ponto P tem intensidade de: Considere K=9 $x\ 10^9\ N.m^2/C^2$.

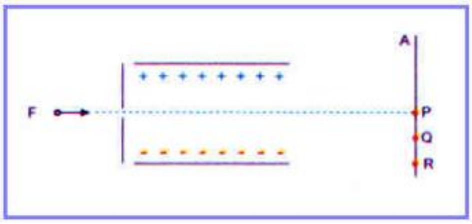
a) 3,0.105N/C
b) 2,4.105N/C
c) 1,2.105N/C
d) 4,0.10-6N/C
e) 4,8.10-6N/C

Q5- (UFRGS-RS) O módulo do vetor campo elétrico produzido por uma carga elétrica puntiforme em um ponto P é igual a E. Dobrando-se a distância entre a carga e o ponto P, por meio do afastamento da carga, o módulo do vetor campo elétrico nesse ponto muda para:
a) E/4.
b) E/2.
c) 2E.
d) 4E.
e) 8E.

Q6-(PUC-RJ) Duas esferas metálicas contendo as cargas Q e 2Q estão separadas pela distância de 1,0 m. Podemos dizer que, a meia distância entre as esferas, o campo elétrico gerado por:

a) ambas as esferas é igual.
b) uma esfera é 1/2 do campo gerado pela outra esfera.
c) uma esfera é 1/3 do campo gerado pela outra esfera.
d) uma esfera é 1/4 do campo gerado pela outra esfera.
e) ambas as esferas é igual a zero.

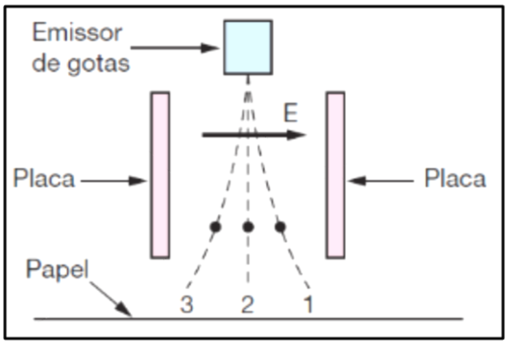
Q7- (FUVEST) Uma fonte F emite partículas (elétrons, prótons e nêutrons) que são lançadas no interior de uma região onde existe um campo elétrico uniforme.



As partículas penetram perpendicularmente às linhas de força do campo. Três partículas emitidas atingem o anteparo A nos pontos P, Q e R. Podemos afirmar que essas partículas eram, respectivamente:

a) elétron, nêutron, próton
b) próton, nêutron, elétron
c) elétron, próton, próton
d) nêutron, elétron, elétron
e) nêutron, próton, próton

Q8- (UFRN-adaptada) Uma das aplicações tecnológicas modernas da eletrostática foi a invenção da impressora a jato de tinta. Esse tipo de impressora utiliza pequenas gotas de tinta, que podem ser eletricamente neutras ou eletrizadas positiva ou negativamente.



Essas gotas são jogadas entre as placas defletoras da impressora, região onde existe um campo elétrico uniforme E, atingindo, então, o papel para formar as letras. A figura a seguir mostra três gotas de tinta, que são lançadas para baixo, a partir do emissor.
Após atravessar a região entre as placas, essas gotas vão impregnar o papel. (O campo elétrico uniforme está representado por apenas uma linha de força.)
Pelos desvios sofridos, pode-se dizer que a gota 1, a 2 e a 3 estão, respectivamente:

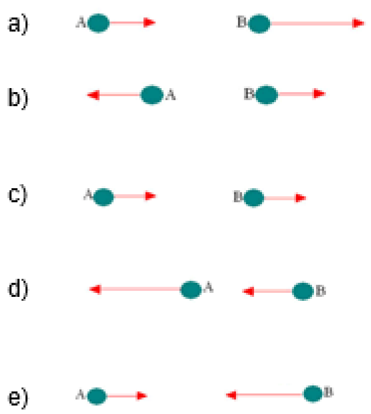
a) carregada negativamente, neutra e carregada positivamente
b) neutra, carregada positivamente e carregada negativamente

c) carregada positivamente, neutra e carregada negativamente

d) carregada positivamente, carregada negativamente e neutra

e) carregada positivamente, neutra e neutra.

Q9- (UFRS) Duas cargas elétricas, A e B, sendo A de 2 μC e B de -4 μC, encontram-se em um campo elétrico uniforme. Qual das alternativas representa corretamente as forças exercidas sobre as cargas A e B pelo campo elétrico?



Q10- Uma carga de 2 C, está situada num ponto P, e nela atua uma força de 4N. Se esta carga de 2 C for substituída por uma de 3 C, qual será a intensidade da força sobre essa carga quando ela for colocada no ponto P?

a) 2N

b) 3N

c) 4N

d) 5N

e) 6N

Cap. 4

Trabalho e Energia Potencial

Introdução

A palavra “trabalho” para a maioria das pessoas, remete muitas vezes a algo relacionado a um emprego. Para outros, muitas vezes, trabalho está relacionado com algo que não é muito fácil de fazer: “isso dá muito trabalho pra fazer”. De um modo geral, normalmente relacionamos trabalho com esforço físico. Veremos que, que se tratando do estudo da Física, trabalho não está necessariamente ligado a esforço físico e muito menos a emprego.

Um vendedor ambulante parado em um ponto de ônibus segurando em suas mãos uma bandeja de balinhas e doces, está trabalhando do ponto de vista comercial! Mas, do ponto de vista da Física o trabalho realizado por ele, ainda que permaneça o dia todo nesse ponto de ónibus, será nulo.

Se você observar, quando alguém vai empurrar uma mesa muito pesada, ou se posiciona atrás de um carro para empurrá-lo, o modo de fazer isso é semelhante para todos que o fazem. A pessoa coloca as mãos sobre

o carro, por exemplo, abaixa ligeiramente o corpo e começa a empurrar (aplicar uma força sobre o veículo).
É fácil observar que a posição dos braços da pessoa que empurra tende a ficar na horizontal, paralela ao chão. Isso tem uma razão! Veremos que está relacionado com o ângulo de aplicação da força.
Imagine agora, uma bola de boliche colocado no chão de um quarto, ao lado de um guarda-roupas. Ali no chão, em repouso, nada de "interessante" fisicamente vai acontecer. Entretanto se alguém coloca esta bola em cima do guarda-roupas, bem na beirada (não faça isso em casa), a situação muda completamente. Nesta nova posição, a bola pode eventualmente cair, e quando chegar ao chão, seria capaz de quebrar ou deformar alguma coisa que esteja onde caiu. É uma situação simples, porém está relacionada com o conceito de energia potencial que veremos mais adiante neste capítulo.

Vamos apresentar neste capítulo dois conceitos muito importantes na Física: o conceito de trabalho de uma força e de energia potencial.

Esses conceitos estão intimamente relacionados e a existência de energia potencial reflete ao fato da propriedade da força e do campo serem conservativos.

Trabalho de uma Força. Definição

Em Física o significado da palavra trabalho é diferente do sentido dado em nosso cotidiano. Chamaremos de trabalho à troca de energia entre o sistema[4] e a sua vizinhança[5] não decorrente de uma diferença de temperatura entre essas partes.

Em **Mecânica** o trabalho é associado a uma força que, agindo sobre um ponto material produz neste um deslocamento que não seja perpendicular à direção da força aplicada.
Consideremos inicialmente o caso mais simples no qual a força que atua sobre a partícula é *constante* (em intensidade, direção e sentido). Neste caso, definimos o trabalho da força (qualquer) constante **F**, que indicaremos pelo símbolo $W_{\mathbf{F}}$, como o escalar,

$$W_{\boldsymbol{F}} = F\, d\, cos\theta, \qquad 4.1$$

$N \cdot m \longrightarrow J$ (joule)

[4] Sistema é a porção do universo que isolamos para estudo.

[5] São os corpos circundantes ao sistema e que de alguma forma interagem com ele.

onde F é a intensidade do vetor força **F**, d é a intensidade do vetor deslocamento **d** e θ é o (menor) ângulo entre as direções de **F** e **d**. A unidade de medida J (joule) é em homenagem ao Físico britânico J. P. Joule.

Observe que de acordo com a Figura 1, o deslocamento **d** sofrido pela partícula não precisa ser na direção de **F**. Desta forma apenas a componente de **F** (F_t) na direção do vetor deslocamento **d** produz trabalho sobre a partícula:

$$\boldsymbol{W_F = (F cos\theta)d = F_t d = F_x d.}$$

A componente de **F** perpendicular ao deslocamento ($F_\perp$) não produz, *com relação ao trabalho*, nenhum efeito sobre a partícula (o ângulo entre esta componente e o sentido do deslocamento é reto), isto é:

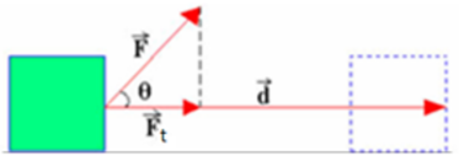


Figura 1: Apenas a componente tangencial F_t Produz trabalho.

$$\boldsymbol{W_{F_\perp} = F_\perp\, d \cos 90^0 = 0}$$

Chamaremos de trabalho motor quando $W_F > 0$ e de trabalho *resistente* quando $W_F < 0$. Note que a componente tangencial da força pode ser contrária ao deslocamento. Nesse caso o cosseno será negativo resultando em um trabalho negativo.

Quando a força não é constante, não podemos mais usar a Eq. 4.1 para o cálculo do trabalho da força. Para contornar essa dificuldade podemos nos valer de uma propriedade geométrica. Vamos construir o gráfico da componente da força paralela ao deslocamento versus deslocamento, isto é, F_t, quando a força é constante.

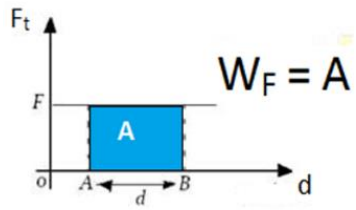


Figura 2: gráfico força por deslocamento

Nele vemos que podemos calcular o trabalho como a área abaixo da curva (área do retângulo). Calculando a área indicada (base x altura), estamos multiplicando força por deslocamento, que é exatamente o trabalho.

$$\mathbf{W_F} = \boldsymbol{F_t d}$$

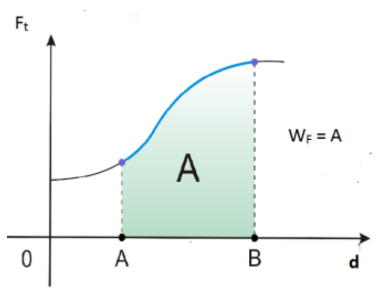


Figura 3: Trabalho da Força Variável com a posição

No caso em que a componente tangencial da força não é constante **essa propriedade continua sendo verdadeira.**

Concluímos que: $W_F = Área$

EM RESUMO Se a força é constante em módulo, direção e sentido usamos diretamente a definição $\boldsymbol{W_F = F\, d\, cos\theta}$. Se a força não é constante, precisamos construir o gráfico **força versus deslocamento** e calcular a área sob a curva. De qualquer forma:

$$W_{\boldsymbol{F}} = Área$$

Trabalho da Força Gravitacional. Campo Uniforme

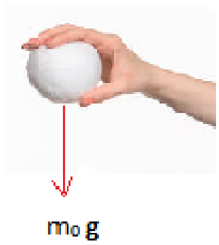
Já vimos que, quando uma partícula de massa m_0 é colocada dentro do campo gravitacional[6], aparece sobre ela uma força gravitacional,

$$\boldsymbol{F}_G = m_0\boldsymbol{g},$$

onde, **g** é o vetor campo gravitacional no ponto onde m_0 é colocada.

Supondo **g** constante em todos os pontos do espaço (campo uniforme), a força que agirá sobre m_0 também será constante. Desta forma, podemos neste caso[7] aplicar a definição de trabalho da força constante, para calcularmos o trabalho da força gravitacional. Escrevemos:

$$W_{\boldsymbol{F}_G} = F_G d\, cos\theta$$



Considere que m_0 é mantida em repouso num ponto P onde existe um campo gravitacional uniforme **g** por um agente externo. Por exemplo, você está segurando m_0 nesse ponto. A massa m_0 *tenderá* a se deslocar no sentido do campo gravitacional se você abandoná-la, pois a força gravitacional quer movê-la nesse sentido. Você sentirá uma força puxando sua mão para baixo. Desta forma existe uma tendência de realização de trabalho pela força gravitacional, dada pela Eq.4.1, que irá se concretizar quando a partícula for abandonada. Da nossa definição de trabalho, como transferência de energia entre o sistema e sua vizinhança, dizemos que a partícula (sistema) tende **a receber energia do campo (sua vizinhança).**

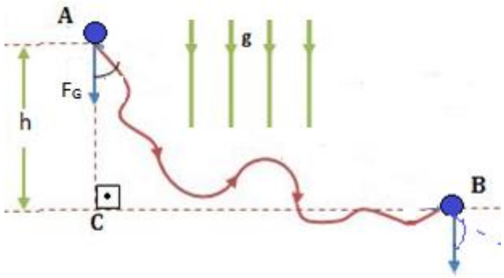
Na introdução do capítulo, falamos sobre uma bola de boliche no alto de um guarda-roupas. Se, por algum motivo, a bola cair, um trabalho (transferência de energia) será realizado pela força gravitacional sobre a bola. Durante a queda a bola recebera energia, por isso, se cair sobre um objeto, pode ser capaz de quebra-lo.

Exercício Resolvido 1

[6] Criado por alguma distribuição de massa que não contém m_0.

[7] Não veremos o caso do cálculo do trabalho num campo gravitacional não uniforme.

Um celular de 200 g (0,2kg) cai de uma altura d = 1,8 m. Vamos calcular o trabalho realizado pela força gravitacional nessa queda.



Usando a eq 4.1 lembrando que nesse caso o deslocamento d é a altura e $\cos 0^{o}$ = 1.

$W_F = F\ d\ cos\theta$

W_F = m.g.d.cos 0^{o}.

W_F = 0,2.1,8.1

W_F = 0,54 J

Significa que o celular recebeu 0,54J de energia do campo gravitacional.

Exercício Resolvido 2

Uma estudante pega uma mochila de 4 kg no chão da sala e ergue-a até colocar nas costas a 1,5 m de altura. Qual o trabalho realizado pelo estudante?

$W_F = F\ d\ cos\theta$

W_F = m.g.d.cos 0^{0}. (a força e o deslocamento têm o mesmo sentido)

W_F = 4.10.1,5.1

W_F = 60 J

Energia Potencial Gravitacional

Uma propriedade importante da força gravitacional **F_G** é o seu caráter *conservativo*. Dizemos que uma força **F** é conservativa quando seu trabalho, entre dois pontos A e B quaisquer, é independente do caminho que liga esses pontos. Veja a figura 4 ao lado.

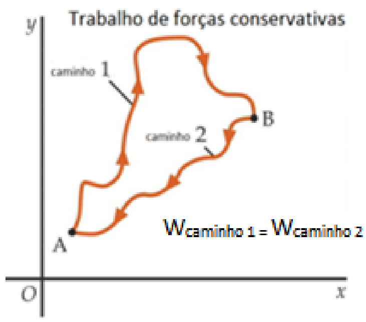


Figura-4: Independência do Caminho do Trabalho da Força Conservativa

Vamos mostrar que a força gravitacional é uma força conservativa. Para isto consideremos duas curvas (caminhos) que ligam os pontos A e B, situados num campo gravitacional uniforme[8]. O Primeiro é formado por dois segmentos retilíneos, AC e CB e o segundo é uma curva completamente arbitrária, de forma a representar todos os possíveis caminhos entre A e B. A Figura 5 mostra os dois trajetos.

No trajeto AC o trabalho da força gravitacional é dado por

Figura 5: Dois trajetos para o cálculo do trabalho da força gravitacional num campo uniforme.

$$W_{F_G}^{A\to C} = m_0 g d_{AC} = m_0 g h. \quad 4.2$$

[8] A força gravitacional é conservativa ainda que o campo não seja uniforme.

onde h é a altura do ponto A em relação ao ponto C. No trajeto CB o trabalho da força gravitacional é nulo, pois,

$$W_{\boldsymbol{F}_G} = m_0 g d_{CB} cos 90^0 = 0$$

Então, o trabalho total de A até B é dado somente pelo resultado da equação 4.2. Falta agora calcularmos o trabalho da força gravitacional no caminho arbitrário AB. Este pode ser decomposto (Figura 4) em n segmentos verticais e horizontais alternados (como degraus de uma escada). Em todas as porções **horizontais** os ângulos entre a força gravitacional e os deslocamentos correspondentes são de 90^0. Eles terão contribuição nula para o trabalho. Nas porções verticais, as projeções dos deslocamentos sobre a direção da força gravitacional serão as alturas em cada trecho.

Somando as contribuições, para o trabalho da força gravitacional de cada porção, encontramos:

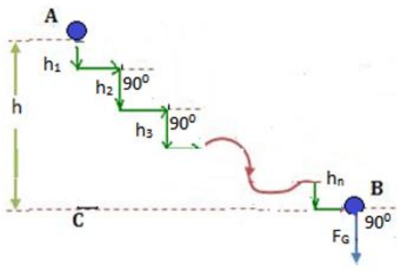


Figura 6: Decomposição do trajeto AB em segmentos verticais e horizontais alternados.

$$W_{\boldsymbol{F}_G}^{A \to B} = m_0 g h_1 + m_0 g h_1 + \cdots m_0 g h_n$$

$$W_{\boldsymbol{F}_G}^{A \to B} = m_0 g (h_1 + h_1 + \cdots h_n) = m_0 g h.$$

$$W_{\boldsymbol{F}_G}^{A \to B} = m_0 g h. \qquad 4.3$$

Tomando como referência o solo (h = 0) podemos escrever:

$$W_{\boldsymbol{F}_G}^{A \to B} = m_0 g h = m_0 g (h_A - h_B)$$

Comparando as equações 4.2 e 4.3 verificamos a igualdade e a independência de caminho.

No exemplo 2, se o estudante ao pegar a mochila no chão, for caminhando pela sala à medida de vai erguendo-a até colocá-la nas costas, o trabalho realizado será o mesmo que antes, pois a altura relativa ao chão não mudou. O trabalho não depende do caminho.

A Força gravitacional (força peso) é uma força conservativa. Seu trabalho calculado *entre dois pontos quaisquer* é independente do caminho que liga esses dois pontos. Depende apenas do desnível vertical (altura) entre esses dois pontos e da massa transportada.

O conceito de energia potencial é associado às forças conservativas e somente a elas. Forças que não obedecem a propriedade da independência de caminho no cálculo do trabalho são chamadas de *não conservativas* (ou dissipativas). A estes tipos de força *não podemos associar* o conceito de **energia potencial.**

De uma forma geral[9], chamaremos diferença de energia potencial gravitacional ΔE_P entre dois pontos A e B num campo gravitacional, ao simétrico do trabalho que a força gravitacional *poderá* realizar ao deslocar a partícula de massa m_0 entre esses dois pontos.

$$\Delta E_P^{A\rightarrow B} = -\, W_{F_G}^{A\rightarrow B} \qquad 4.4$$

Se o trabalho é **motor** ($W > 0$), no qual a partícula se movimenta **no sentido** do campo, vemos que a variação da energia potencial ΔE_P é negativa, isto é, a energia potencial **diminui** quando a partícula move-se **no sentido do campo**. Por outro lado, a energia potencial **aumenta** quando se move **contrário ao campo** ($W < 0$). Essas grandezas como podemos ver, são proporcionais à massa transportada m.

Quanto maior o valor de m_0 (figura 4.3) maior será o trabalho que poderá ser realizado pela força gravitacional e maior será a variação de energia potencial gravitacional sofrida pelo sistema[10].

Fisicamente, o importante é o conhecimento da **diferença de energia potencial** entre dois pontos, e não o valor da energia em um ponto. Este depende da escolha de uma referência para o zero da energia potencial.

[9] O campo gravitacional não precisa ser uniforme

[10] Dizemos que a energia potencial está associada à configuração do sistema Terra +partícula.

Exercício Resolvido 2

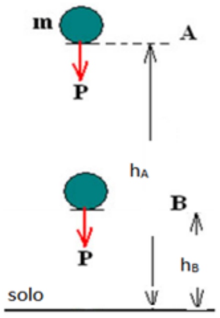


Figura 7

Em uma construção, uma peça de aço de 2 kg a 20 m de altura, cai no andaime inferior ficando a 12 metros do chão. Qual foi a variação da energia potencial da peça? $h_A = 20\ m; h_B = 12\ m;\ d_{AB} 8\ m$

$W_{AB} = F_G.d.\cos\theta\,;\quad W_{AB} = m.g.\cos\theta\,;\quad W_{AB} = 2.10.8.1 = 160J\quad logo\ \Delta E_P = -160J$

Adotando $E_P = 0$ para h = 0 a energia potencial num ponto a altura h acima do solo é

$$E_P = m_0 gh. \qquad 4.6$$

Calculamos a diferença de energia potencial entre os pontos A e B da figura 6, simplesmente fazendo

$$\Delta E_P^{A\to B} = E_P^B - E_P^A = m_0 g(h_B - h_A)$$

$$\Delta E_P^{A\to B} = m_0 g(h_B - h_A) \qquad 4.7$$

Exercício Resolvido

Considerando ainda os dados do exemplo 1 pode-se calcular a variação da energia potencial gravitacional pela eq. 4.7:

$$\Delta E_P = m_0.g.(h_B - h_A)$$

$$\Delta E_P = 2 * 10 * (12 - 20)$$

$$\Delta E_P = -160\ \text{J}$$

A Diferença de Potencial Gravitacional

Uma forma bastante conveniente de caracterizar o campo gravitacional é através do chamado **potencial gravitacional V_G**. A cada ponto ao redor de uma distribuição de massa existe uma *grandeza vetorial* que denominamos de campo gravitacional **g**. Da mesma forma, podemos caracterizar o campo **g** atribuindo a cada ponto deste um escalar que é função exclusiva das coordenadas do ponto e independente da massa nele colocada.

Definimos a diferença de potencial gravitacional ΔV_G entre dois pontos num campo gravitacional, a variação da energia potencial gravitacional (entre esses dois pontos) por unidade de massa. De uma forma geral escrevemos;

$$\Delta V_G = \frac{\Delta E_P}{m_0}. \quad 4.8$$

NÃO ESQUEÇA: O potencial gravitacional é uma grandeza escalar. Seu valor independe da massa transportada. Depende apenas das coordenadas de cada ponto em relação a algum ponto de referência (no caso o solo).

Exercício Resolvido

Um trabalhador de construção civil deseja levantar um milheiro de tijolos do andar térreo para o andar superior (1^0 andar). Calcule o trabalho por ele realizado contra o campo gravitacional, a diferença de energia potencial gravitacional e a diferença de potencial gravitacional, ao transportar:

(a) um tijolo de cada vez;

(b) todos de uma única vez através de um guindaste.

Considere a diferença de altura entre o andar térreo e o 1^0 andar de 3,5 m, g = 10 m/s^2 e m_0 (a massa de cada tijolo) = 2,5 kg.

Solução

(a) Quando um tijolo é transportado para cima, contra o campo gravitacional, temos:

$$W_{F_G} = F_G d cos180^0$$

$$W_{F_G} = m_0 g d cos180^0$$

$W_{F_G} = 2{,}5 \,.\, 10 \,.\, 3{,}5 \,.\, (-1)$ = - 87,5 J;

$$\Delta E_P = -W_{F_G} = 87{,}5 \text{ J}$$

$$\Delta V_P = \frac{\Delta E_P}{m_0} = 35 \text{ J/kg}$$

(b) Agora a massa transportada é m = 1000 m_0. Desta forma o novo trabalho e a nova variação de energia potencial serão, respectivamente

$$W_{F_G} = 1000\, m_0 g d cos180^0 = -87.500 \text{ J}$$

$$\Delta E_P = -W_{F_G} = 87.500 \text{ J}$$

Como a diferença de potencial independe da massa transportada, o resultado é o mesmo anterior 35 J/kg.

Exercício Resolvido 2

A figura abaixo mostra a instalação domiciliar de água, com uma caixa d' água alimentando as tubulações que se dirigem até o banheiro. Se as alturas dos pontos A, B e C, (em relação ao piso da residência) são respectivamente, $3{,}5\ m$, $2{,}2\ m$ e $1{,}1\ m$. Determine: (a) A diferença de potencial gravitacional entre os pontos A e B, e A e C. (b) Qual o sentido do fluxo de água? Por quê flui neste sentido? Considere $g = 10 m/s^2$.

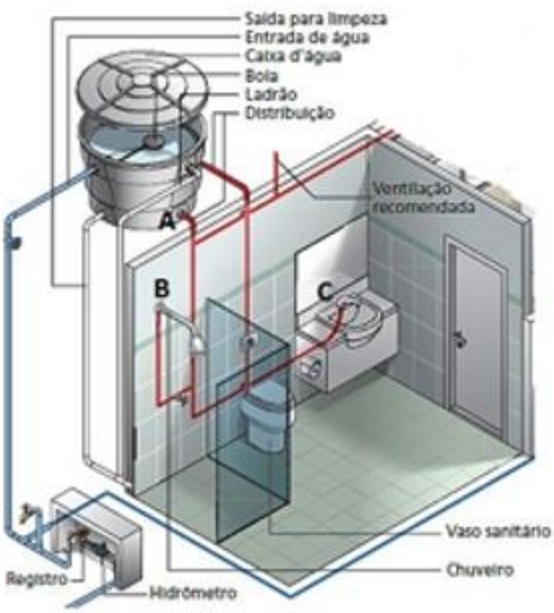


Figura 8

Solução

(a) O potencial em cada ponto de um campo gravitacional uniforme é dado pela equação $V_G = gh$, onde para $h = 0$ fazemos convencionalmente $V_G(h = 0) = 0$.

$$V_G^A = gh_A = 10\,.3{,}5 = \frac{35J}{kg}$$

$$V_G^B = gh_B = 10\,.2{,}2 = \frac{22J}{kg}$$

$$V_G^C = gh_C = 10\,.1{,}1 = \frac{11J}{kg}$$

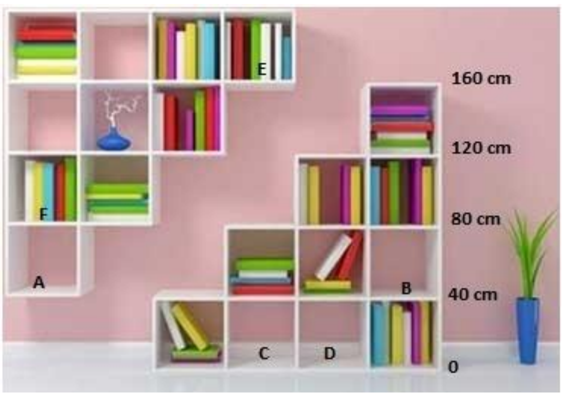
$$V_G^B - V_G^A = g(h_B - h_A) = 22 - 35 = -\frac{13J}{kg}$$

$$V_G^C - V_G^A = g(h_C - h_A) = 11 - 35 = -\frac{24J}{kg}$$

(b) A água flui no sentido do maior para o menor potencial.

Exercício Resolvido

A figura ao lado mostra uma estante de livros sendo arrumada. Nela também está indicada o nível (altura relativamente ao solo) de cada uma de suas prateleiras, com, por exemplo, as prateleiras C e D no nível 0 cm, as prateleiras A e B no nível 40 cm e assim por diante. Suponha para facilitar os cálculos que todos os livros possuem massas iguais a 0,4 kg e que o campo gravitacional, na região onde a estante está situada, é uniforme e de intensidade g = 10 m/s^2. Pede-se:



(a) A energia potencial gravitacional dos livros dispostos no nicho F; (b) O potencial gravitacional nos níveis A e B; (c) O potencial gravitacional relativo ao nível C e E; (d) Se os livros do nicho E caírem, que trabalho será realizado pela força gravitacional no deslocamento até o solo?

Solução

a) $E_P = m.g.h$
$E_P = 0{,}4.10.0{,}8$
$E_P = 3{,}2\,J$

b) $V_{GA} = V_{GB} = g.h$
$V_{GB} = 10.0{,}4$
$V_{GB} = 4{,}0\,J/KG$

c) $V_{GE} = g.h_E$
$V_{GE} = 10.1{,}6$
$V_{GE} = 16\,j/Kg$

d) $W_{FG} = F_G.d.\cos\theta$
$W_{FG} = 0{,}4.10.1{,}6.\cos 0^o$
$W_{FG} = 6{,}4$ J

Trabalho da Força Elétrica e Energia Potencial Elétrica

A Figura 9 representa um sistema formado por duas placas planas e paralelas, carregadas com cargas de mesma intensidade e sinais contrários (+Q e –Q).

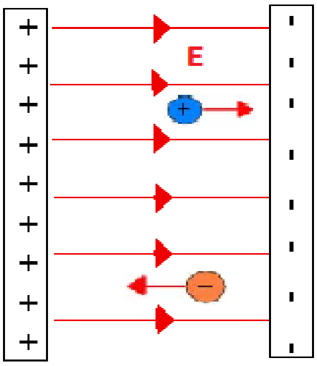


Figura 9: Campo uniforme no capacitor de placas planas e paralelas

Esse sistema é chamado de capacitor plano. Considerando apenas pontos próximos da região central[11] do capacitor o campo elétrico é praticamente uniforme e a força elétrica constante sobre as cargas presentes em seu interior, tendendo a mover as cargas positivas no sentido do campo e as negativas em sentido contrário.

Na figura 10, o campo uniforme está representado na vertical. O trabalho que poderá ser realizado pela força elétrica sobre uma carga q_0 num deslocamento de A até B, *independentemente do caminho* que liga esses dois pontos é dado por

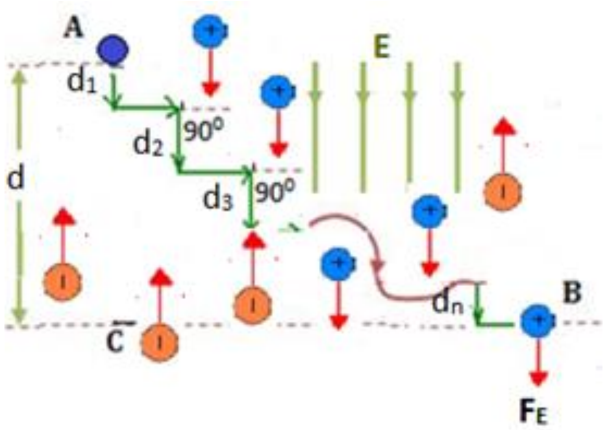


Figura 10: O trabalho realizado pela força elétrica é independente do caminho.

$$W_{F_E} = F_E\, d = q_0 E d,$$

onde $d = d_1 + d_2 + ... + d_n$ e a soma das projeções dos deslocamentos de cada trecho na direção do campo[12].

Assim como a força gravitacional, a *força elétrica* também é

[11] Próximos aos extremos da placa o campo se curva e não é uniforme. Esse efeito é conhecido como efeito de borda no capacitor plano.

[12] Como no caso da força gravitacional onde $h = h_1 + h_2 + ... + h_n$ é a soma das projeções dos deslocamentos na direção do campo **g**.

conservativa e uma função energia potencial E_P é associada a ela. Definimos como variação da energia potencial elétrica ΔE_P entre dois pontos A e B de um campo elétrico como o simétrico do trabalho da força elétrica entre esses pontos:

$$\Delta E_P^{A \to B} = - W_{F_E}^{A \to B}$$

Nas condições da figura 10, a força elétrica realiza trabalho para mover as cargas de um ponto para outro no interior do campo. A energia acumulada em forma de energia potencial é convertida em trabalho. Daí a igualdade entre os módulos dessas grandezas. Ao se realizar trabalho diminui-se a energia potencial armazenada no sistema.

OBSERVE QUE: As cargas elétricas quando liberadas no interior do campo elétrico, movem-se espontaneamente no sentido da força elétrica **F** = q_0**E**, com as cargas positivas se movendo *no sentido do campo* e as cargas negativas se movendo *no sentido contrário ao do campo*

A variação de energia potencial elétrica sofrida entre dois pontos do campo é proporcional à carga q_0 transportada pela força elétrica na realização do trabalho. Quanto maior a carga transportada mais trabalho é realizado pela força elétrica.

Exercício Resolvido

Uma carga positiva q, de $1{,}6\ x\ 10^{-19}C$ é abandonada no interior de um campo elétrico uniforme cujo módulo é, $E = 1{,}5\ x\ 110^5 N/C$. Calcule o trabalho realizado pela força elétrica em um deslocamento de 2 cm dessa carga no interior do campo.

Solução:

$$W_{FE} = q_0 . E . d$$

$$W_{FE} = 1{,}6\ x\ 10^{-19} . 1{,}5\ x 10^5 . 0{,}02$$

$$W_{FE} = 4{,}8\ \text{x}\ 10^{-16} J$$

Diferença de Potencial Elétrico

Da mesma forma que no caso gravitacional, definimos a variação de potencial elétrico entre dois pontos de um campo elétrico, ao trabalho realizado pela força elétrica, entre os mesmos dois pontos, por unidade de carga.

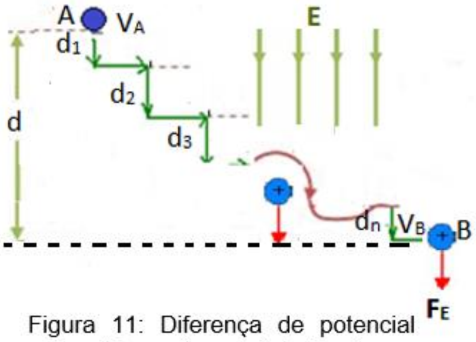


Figura 11: Diferença de potencial entre dois pontos no interior de um campo elétrico uniforme.

$$\Delta V_E = \frac{\Delta E_P}{q_0}.$$

Esta grandeza é uma função do ponto, isto é, das coordenadas que localizam o ponto, em relação a alguma referência previamente escolhida. A Figura 11 mostra dois pontos A e B no interior de um campo elétrico uniforme **E**. Em A o potencial é assumido ter o valor V_A e em B, o valor V_B. Da definição de diferença de potencial elétrico, calculamos o trabalho da força elétrica para mover a carga q_0 entre os pontos A e B, da seguinte forma:

$$\Delta E_P = q_0\,[V_B - V_A] = -W_{F_E},$$
$$W_{F_E} = q_0[V_A - V_B].$$

Cabe analisar a equação anterior dizendo que:

Se as cargas são simplesmente soltas no interior do campo, essas passam a ser mover espontaneamente (sob a ação exclusiva do campo), isto é, o deslocamento se processa no sentido da força elétrica atuante. Desta forma W > 0. Concluímos, portanto,

1. Cargas positivas ($q_0 > 0$) movem-se espontaneamente no sentido a procurarem sempre os menores potenciais, pois,

$$W = q_0\,(V_A - V_B) \Rightarrow V_A > V_B$$

2. Cargas negativas ($q_0 < 0$) movem-se espontaneamente no sentido a procurarem sempre os maiores potenciais, pois,

$$W = q_0\,(V_A - V_B) \Rightarrow V_B > V_A$$

Exercício Resolvido

Uma carga elétrica de pequenas dimensões e com intensidade de$4{,}0\ x\ 10^{-6}$ C é transportada de um ponto A para um ponto B de um campo elétrico. O trabalho realizado pela força elétrica que age sobre a carga tem intensidade de $3{,}0\ x\ 10^{-4}$ J. Determine a variação do potencial elétrico de A para B.

Solução:

$E_P^{A\to B} = -\,W_{F_E}^{A\to B} = 3{,}0\ x\ 10^{-4} J$

$$\Delta V_E = \frac{\Delta E_P}{q_0} = \frac{3{,}0\ x\ 10^{-4}}{4{,}0\ x\ 10^{-6}}$$

$$\Delta V_E = 75\ V$$

RESUMO DO CAPÍTULO

1. Em Física, o trabalho de uma força constante é definido como $W = F.d.\cos\theta$ onde θ é o menor ângulo entre as direções de F e d.
2. Em um gráfico F x d, a área sob a curva é numericamente igual ao trabalho da força naquele intervalo.
3. A força gravitacional é conservativa, isto é, o trabalho dessa força entre dois pontos não depende da trajetória entres esses pontos.
4. Definimos a diferença de potencial gravitacional ΔV_G entre dois pontos num campo gravitacional, a variação da energia potencial gravitacional (entre esses dois pontos) por unidade de massa. Isto é, $\Delta V_G = \frac{\Delta E_P}{m_0}$
5. De uma forma geral, chamaremos diferença de energia potencial gravitacional ΔE_P entre dois pontos A e B num campo gravitacional, ao simétrico do trabalho que a força gravitacional *poderá* realizar ao deslocar a partícula de massa m_0 entre esses dois pontos.
6. Em um campo elétrico uniforme, o trabalho realizado pela força elétrica de um ponto A até um ponto B, sobre uma carga q, independe do caminho que liga esses dois pontos e é dado por
$$W_{F_E} = F_E\, d = q_0 E d,$$
7. Assim como a força gravitacional, a força elétrica também é conservativa.
8. Definimos como variação da energia potencial elétrica ΔE_P entre dois pontos A e B de um campo elétrico como o simétrico trabalho da força elétrica entre esses pontos:
$$\Delta E_P^{A\to B} = -\,W_{F_E}^{A\to B}$$
9. Definimos a variação de potencial elétrico entre dois pontos de um campo elétrico, ao trabalho realizado pela força elétrica, entre os mesmos dois pontos, por unidade de carga.
$$\Delta V_E = \frac{\Delta E_P}{q_0}$$

Exercício

1- Uma pessoa pode ficar segurando uma melancia de 5kg por meia hora, enquanto espera um ônibus, que ainda assim não estará realizando trabalho do ponto de vista da Física. Por que?

2 – Um trabalhador em uma construção, empurra uma caixa, aplicando uma força constante de 100N, na horizontal, ao longo de 5 m. Qual foi o trabalho realizado por essa força?

3 – Na questão anterior, considere que a mesma força aplicada seja através de uma corda puxada pelo trabalhador, formando um ângulo de 30° com a horizontal e com o mesmo deslocamento. Qual será, agora, o trabalho realizado pela força aplicada pelo trabalhador?

4 – Em relação à questão 2, considere agora que enquanto empurra a caixa, uma força de atrito de 20 N atue ao longo do deslocamento. Qual o trabalho realizado por essa força de atrito? Qual o trabalho total realizado sobre a caixa?

5 – Considere os dados da questão 3 e considere também uma força de atrito de 20 N ao longo do deslocamento. Qual o trabalho total realizado sobre a caixa?

6 – Um tijolo e 1 kg cai de uma altura de 3 m. Despreze a resistência do ar. Determine o trabalho realizado sobre o tijolo pela força peso.

7 – Uma pessoa ergue, ao longo de 3 m, um tijolo de 1 kg usando uma roldana e uma corda. Qual o trabalho realizado pela força exercida pela pessoa?

8 – Um jarro com uma planta cai da janela do quinto andar a 15 m de altura e acerta a varanda do segundo andar a 6 m de altura. Considera $g = 10\ m/s^2$. Qual foi a variação da energia potencial do jarro?

Cap.5

Hidrostática

12 Introdução

As substâncias podem ser encontradas na natureza em três estados físicos: sólido, líquido e gasoso.

No *sólido*, as moléculas que constituem uma substância encontram-se bem próximas e unidas em virtude de **forças elétricas** intensas agindo sobre elas. Essa intensa força determina nos sólidos forma e volume bem definidos. Ao manterem suas formas os sólidos não tem a capacidade de fluir.

Os *líquidos*, por sua vez, apresentam **forças de ligação menos intensas** fazendo com que as moléculas fiquem mais afastadas do que no estado sólido. Eles possuem apenas volume bem definido, mas sua forma é a forma do recipiente que o contém. Essa mudança de forma dos líquidos ao mudarmos de recipiente reflete a sua capacidade natural de fluir.

O estado gasoso, a força de ligação entre os átomos é muito pequena, fazendo com que os átomos fiquem separados uns dos outros por distâncias muito grandes comparativamente aos casos dos sólidos e líquidos. Os átomos movimentam-se desordenadamente, podendo assumir a forma e volume do recipiente em que são colocados. Assim, os gases não possuem nem forma nem volume definidos.

Podemos dividir os estados da matéria como sólidos e fluidos.

Os sólidos tendem a ser rígidos e os fluidos tendem a escoar. Os fluidos incluem os líquidos, que fluem até ocupar as regiões mais baixas para preencher os recipientes, enquanto os gases se expandem até encher os recipientes.

Neste capítulo faremos o estudo de fluidos em equilíbrio, isto é, estamos no domínio da estática dos fluidos ou hidrostática.

Massa específica

Uma importante propriedade dos fluidos e a sua massa específica ρ. Ela é definida como o quociente entre a massa m da substância e o volume V por ela ocupado,

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

A unidade de massa específica no sistema internacional de unidades é o quilograma por metro cúbico $\left({}^{kg}/_{m^3}\right)$. Outras unidades bastante usadas são: quilograma por litro $\left({}^{kg}/_{l}\right)$, o grama por centímetro cúbico $\left({}^{g}/_{cm^3}\right)$, grama por litro $\left({}^{g}/_{l}\right)$, etc.

Densidade

Outra importante definição e muito parecida com a definição de massa específica é a densidade d do corpo. Ela também é definida como o quociente entre a massa m e o volume V,

$$d = \frac{m}{V}.$$

Se o corpo for maciço a massa específica e densidade são iguais. Porém, se o corpo não for maciço, isto é, possuir vazios no seu interior o resultado será diferente, pois, no cálculo da massa específica só levamos em conta o volume da substância, descontando o volume do vazio. Em geral tem-se:

$$\rho \geq d.$$

Na tabela abaixo valores da massa específica de algumas substâncias são apresentados em ${}^{g}/_{cm^3}$.

Tabela: valores de massa específica ($^{g}/_{cm^3}$)

Alumínio	2,7
Cobre	8,9
Ouro	19,3
Prata	10,5
Ferro	7,8
Aço	7,8
Mercúrio	13,6
Água	1,0
Gelo	0,92

Para fazermos a conversão para quilograma por metro cúbico basta lembrarmos das relações:

$$1\ g = \ 10^{-3}\ kg,$$

$$1\ cm^3 = 10^{-6} m^3.$$

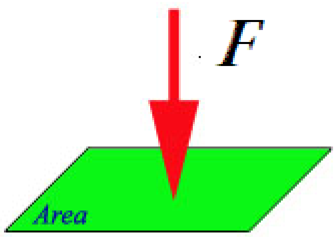
Assim, $1\ \ g/cm^3 = \frac{10^{-3}\ kg}{10^{-6} m^3} = 1000\ \ kg/m^3$.

Então podemos escrever $\mathbf{1\ \ g/cm^3 = 1\ x\ 10^3\ \ kg/m^3}$

12.1 Pressão

A pressão é uma grandeza física que pode ser determinada pelo quociente entre uma força aplicada e a área de ação dessa força, a resultante recebe o nome de pressão.

Quando consideramos uma superfície de área A sobre a qual se distribui perpendicularmente um sistema de forças cuja resultante é F, definimos a pressão média na superfície como sendo a relação entre a intensidade da força resultante sobre a área.

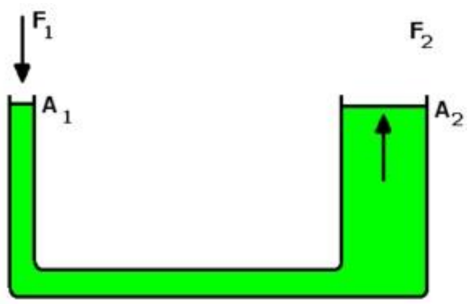


$$P = \frac{F}{A}$$

Na hidrostática vamos considerar que a distribuição das forças atuante seja uniforme, de modo que a pressão média coincida com a pressão em qualquer ponto.

Pressão é uma grandeza escalar, logo não apresenta direção e nem sentido, apenas um valor numérico e sua unidade. No sistema Internacional (SI), a unidade de pressão é Newton por metro quadrado (N/m^2), também denominado de Pascal (Pa).

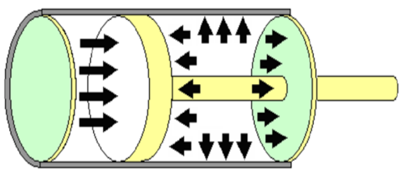
12.2 Princípio de Pascal



O princípio de Pascal estabelece que a alteração de pressão em um fluido em equilíbrio transmite-se integralmente a todos os pontos do fluido e às paredes do recipiente conforme ilustra a figura a seguir. A forma do recipiente não afeta a pressão que o fluido contido nele, exerce no fundo do recipiente. Se a pressão existente na superfície do fluido for aumentada a pressão em qualquer profundidade deve sofrer um aumento exatamente na mesma proporção.

Princípio de Pascal: O acréscimo de pressão produzido num líquido em equilíbrio transmite-se integralmente a todos os pontos do líquido.

A Figura ao lado direito ilustra um tipo de prensa hidráulica, ou seja, dois recipientes cilíndricos de áreas transversais diferentes, interligados por um tubo contendo um fluido verde qualquer.



Se empurrarmos o pistão de área menor A_1 com uma força F_1, produziremos um acréscimo de pressão na outra região dada por:

$$\Delta P_1 = \frac{F_1}{A_1}$$

Esse acréscimo de pressão será transmitido para todos os pontos do líquido até o pistão de área maior A_2. Como a pressão é a mesma em ambos os pistões, podemos escrever:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$

Logo, podemos concluir que a intensidade da força é diretamente proporcional a área do tubo.

Temos que os fluidos exercem pressão sobre outros, devido ao seu peso, logo se considerarmos um recipiente contendo líquido de densidade ρ que ocupa o recipiente até uma altura h, em um lugar onde a aceleração da gravidade seja igual a g, temos que a força exercida sobre a área de contato é:

$$p = \frac{F_{\perp}}{A}$$

$$p = \frac{mg}{A}$$

Sabendo que densidade é $\rho = \frac{m}{V}$ onde m é a massa do líquido, podemos escrever $p = \frac{\rho\, V\, g}{A}$. Mas temos que o volume é $V = Ah$, logo:

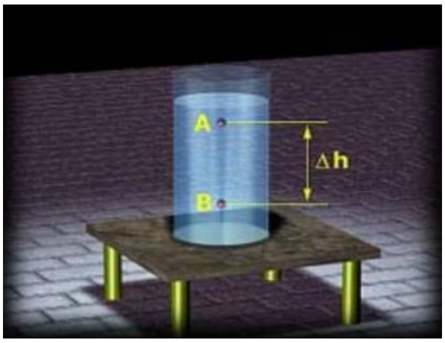
$$p = \frac{d\; A\; h\; g}{A}$$

$$p = \rho g h$$

12.3 Teorema de Stevin

No sistema internacional de unidade (SI) temos que ρ é a pressão hidrostática (N/m^2), ρ é a densidade (kg/m^3), h é a altura (m) e g é a aceleração da gravidade (m/s^2).

Consideremos um líquido homogêneo, cuja densidade é ρ, em equilíbrio sob a ação da gravidade, sendo a aceleração da gravidade. Sendo P_A a pressão em um ponto A e P_B a pressão em um ponto B, temos que:



A diferença de pressão entre dois pontos de um fluido em repouso é igual ao produto do peso específico do fluido pela diferença de cota (Δh) entre os dois pontos avaliados

$$\Delta p = \gamma \cdot \Delta\mathrm{h} \qquad \therefore \qquad \Delta\mathrm{h} = h_B - h_A$$

$$\Delta p = \rho \cdot \mathrm{g} \cdot \Delta\mathrm{h}$$

$$\Delta p = P_B - P_A = \rho \cdot \mathrm{g} \cdot (h_B - h_A)$$

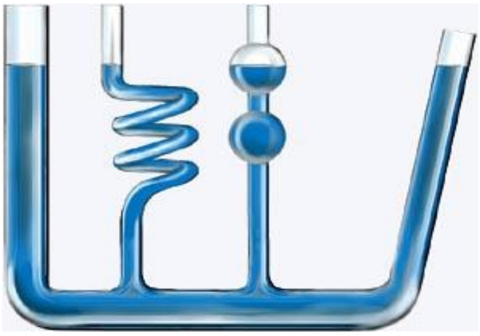
Teorema de Stevin:

"A diferença de pressão entre dois pontos de um fluido em repouso é igual ao produto do peso específico do fluido pela diferença de cota entre os dois pontos avaliados".

Consequências do Teorema de Stevin

- Pressão aumenta com profundidade;
- Num mesmo nível as pressões são iguais;
- A superfície livre de um líquido em equilíbrio é plana e horizontal;

- A pressão hidrostática não depende da área (da forma do recipiente), apenas da densidade do fluido, da altura do ponto onde a pressão é exercida e da aceleração da gravidade. Quando temos diferentes formas de recipientes e eles estão preenchidos na mesma altura com um mesmo líquido, a pressão hidrostática no fundo dos recipientes terão o mesmo valor. Este fato é chamado de paradoxo hidrostático.



12.4 Pressão Atmosférica

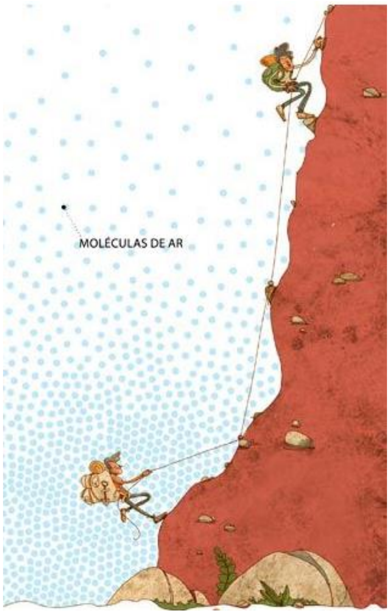
O ar exerce uma força sobre as superfícies com as quais tem contato, devido ao contínuo bombardeamento das moléculas que compõem o ar contra tais superfícies.

Elevadas altitudes, a força da gravidade na atmosfera é menos intensa e as moléculas de ar ficam distantes uma das outras. Portanto, o quanto mais o alpinista à direita subir, menor a pressão atmosférica sobre ele e mais rarefeito é o ar.

Perto da superfície, os gases da atmosfera se deformam com a força da gravidade e se concentram. Quanto mais perto da superfície os gases da atmosfera se deformam com a força da gravidade e se concentram.

A medida que a altitude aumenta, a pressão diminui e vice-versa

Em regiões montanhosas as diferenças na pressão da superfície de um local para outro são devidas principalmente a diferenças de altitudes. A pressão atmosférica difere de um local para o outro e nem sempre é devido a altitude. Fatores como atração gravitacional da lua podem fazer variar a pressão atmosférica diariamente.



Na figura ao lado mostra que quanto mais próximo do nível do mar e do centro da Terra, maior a pressão atmosférica. Os gases da atmosfera se deformam com a força da gravidade e se concentram. Já em elevadas atitudes a atmosfera é menos intensa, e as moléculas de ar ficam distantes uma das outras. Ao lado o alpinista a direita sobe com menor pressão atmosférica e com o ar mais rarefeito.

A pressão atmosférica em uma dada posição é usualmente definida como o peso por unidade de área da coluna de ar acima desta posição. No nível do mar uma coluna padrão de ar com base de 1 cm^2 pesa um pouco mais que 1 Kg.

O ar é um gás compressível, logo sua densidade também diminui com a altura, o que contribui para diminuir ainda mais o peso da coluna de ar à medida que a altitude aumenta. Inversamente, quando a altitude diminui, aumenta a pressão e a densidade.

A P_{atm} é expressão no SI em kPa (quilo Pascal), mas pode ser representado também por:

Pressão Atmosférica	Valor
• Milímetros de mercúrio (mmHg)	• 760
• Atmosfera (atm)	• 1
• Pascal (Pa)	• $1{,}013 \cdot 10^5$
• bar	• ≈1
• torr	• 760

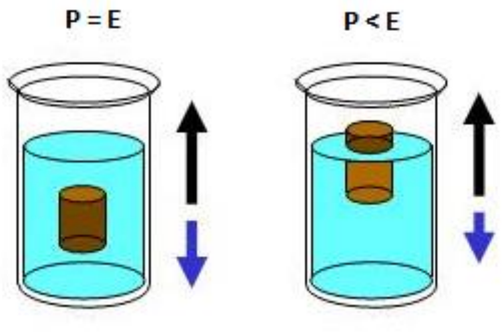
12.5 Princípio de Arquimedes

Foi o filósofo, matemático, físico, engenheiro, inventor e astrônomo grego Arquimedes (287a.C. - 212a.C.) quem descobriu como calcular o empuxo. A história conta que ele gritou "*Eureka!*" quando descobriu um fato importante sobre a força de empuxo quando estava em sua banheira.

O princípio de Arquimedes diz que um objeto que está parcialmente, ou completamente submerso em um fluido, sofrerá uma força de empuxo igual ao peso do fluido que objeto desloca.

$$E = P = m \cdot g = \rho_{fl} \cdot V_d \cdot g$$

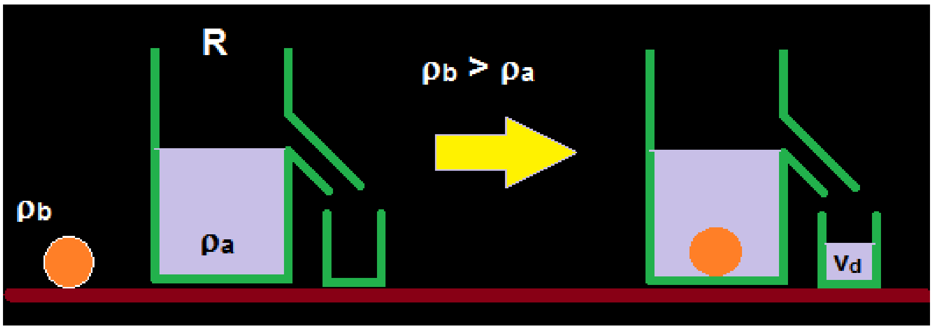
onde E é a força de empuxo, aplicada pelo fluido sobre um objeto e é dirigida para cima. A força deve-se à diferença de pressão exercida na parte de baixo e na parte de cima do objeto.



Para um objeto flutuante a parte de cima fica acima da superfície e ele está sob a ação da pressão atmosférica. Enquanto a parte que está abaixo da superfície está sob uma pressão maior, porque ela está em contato com uma certa profundidade do fluido, e a pressão aumenta com a profundidade. Em ambos os casos a diferença na pressão resulta em uma força resultante para cima (*força de empuxo*) sobre o objeto.

Quando o corpo está totalmente ou parcialmente mergulhado num liquido em equilíbrio, ele recebe a força de direção vertical denominada Empuxo, cuja intensidade é igual ao peso do volume de liquido deslocado.

Na figura abaixo consideramos um liquido de densidade $\rho_a$contido em um recipiente R conforme nível indicado na figura e um corpo sólido de densidade ρ_b.

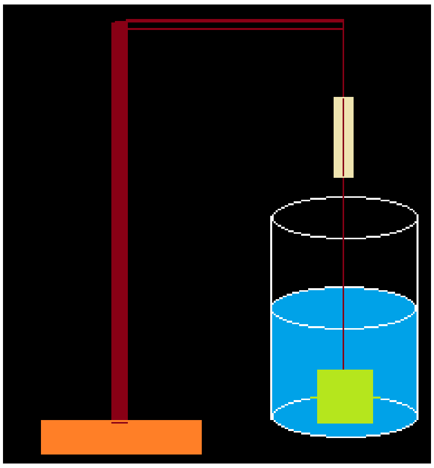


Em seguida o corpo é colocado em R e fica totalmente imerso, expulsando um volume de liquido que é igual ao próprio volume do corpo. O volume total (V_d) do líquido deslocado é recolhido em outro recipiente. O peso desse volume é o valor da força vertical para cima, considerando que $E = P$. Qualquer corpo sólido quando imerso no ar, também sofre empuxo, pois desloca um volume igual ao seu, de ar. Mas esse empuxo é praticamente desprezível, porque o peso do volume da massa de ar deslocada é insignificante.

Exercício Resolvido:

Um bloco de massa de 60 kg e densidade de $\rho_B = 3{,}0 \times 10^2 kg/m^3$ imerso em um líquido de densidade $\rho_L = 0{,}90 \times 10^2 kg/m^3$ e preso por um fio ideal a um dinamômetro. Calcule a intensidade do empuxo exercido pelo líquido sobre o bloco.

$$E = \rho \cdot V \cdot g$$



onde a ρ e o V são, respectivamente, densidade do fluido e volume submerso do corpo. Como o está totalmente imerso no líquido, seu volume será:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow 3{,}0 \times 10^2 = \frac{60}{V}$$

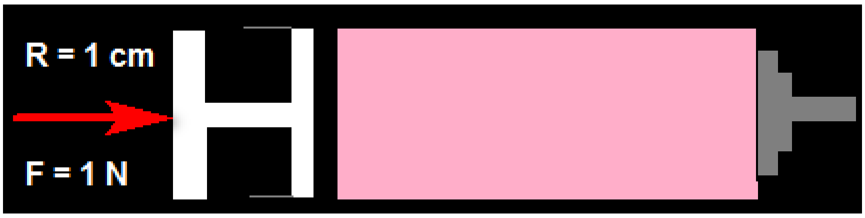
$$V = 0{,}2\ m^3$$

Logo

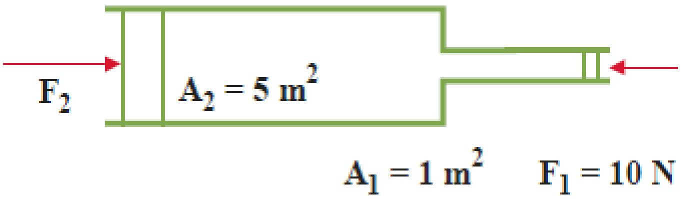
$$E = \rho \cdot V \cdot g = 0{,}90 \times 10^2 \cdot 0{,}2 \cdot 10$$
$$= \mathbf{180\ N}$$

Exercícios

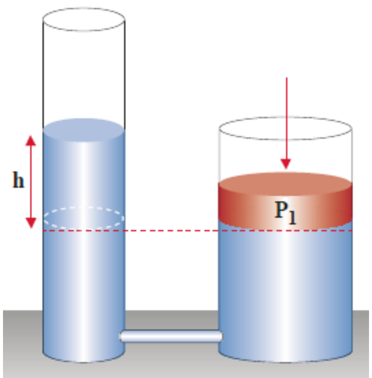
1. Sobre o êmbolo de uma seringa de $1\ cm$ de raio se aplica uma força de 1 N. Determinar o valor da pressão resultante sobre o fluido.



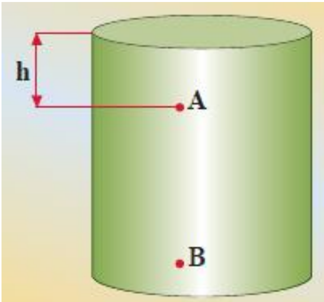
2. Determinar qual deve ser o valor da força F_2 para que o sistema físico se encontre em equilíbrio translacional.



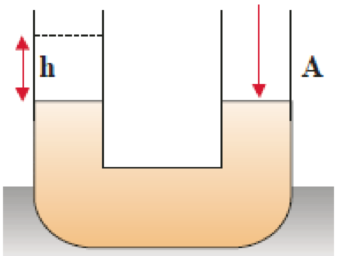
3. O sistema de vasos comunicantes está aberto à pressão atmosférica local considerada como pressão normal. Se considerarmos que $g = 10\ {}^{m}/_{s^2}$ e a altura de água é $h = 1m$, calcular a pressão p_1.



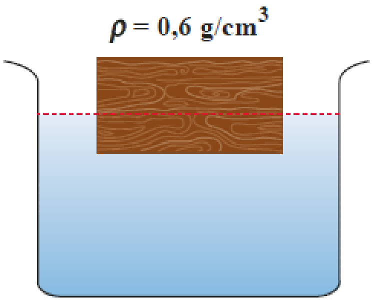
4. A pressão no ponto A de um sistema fechado é p quando a profundidade é h. Calcular a pressão no ponto B de profundidade o triplo da de A.



5. Um recipiente contém azeite, cuja densidade é $0{,}9\ {}^{kg}/_{m^3}$. Determinar a altura h em metros se a pressão em A tem um valor $10\ Pa$.

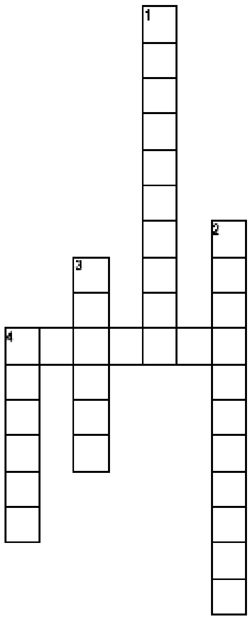


6. Um bloco de madeira de massa $m = 500\ g$ e densidade $d = 0{,}6\ {}^{g}/_{cm^3}$ flutua em água como mostra a figura. Calcular a porcentagem da madeira que está submersa.



Com base em seus conhecimentos sobre a Hidrostática, encontre as palavras

Hidrostática



Horizontal

4. Grandeza física que pode ser determinada pelo quociente entre uma força aplicada e a área de ação

Vertical

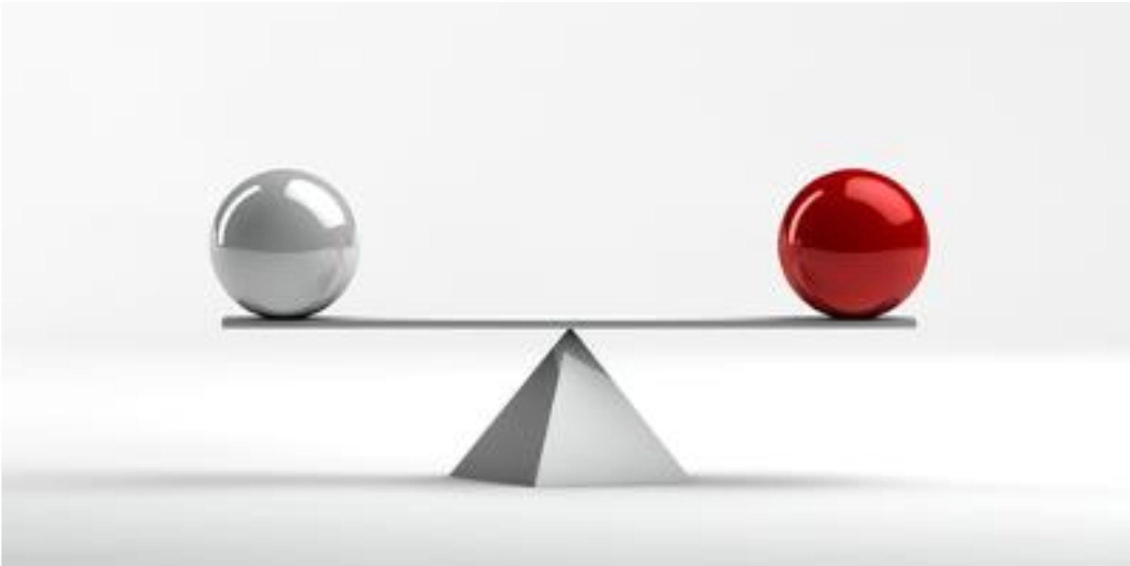
1. Um objeto que está submerso em um fluido, sofrerá uma força igual ao peso do fluido do objeto que o
2. À medida que a altitude aumenta, a pressão diminui e vice-versa.
3. A diferença de pressão entre dois pontos de um fluidc em repouso é igual ao produto do peso específico do :
4. O acréscimo de pressão produzido num líquido em equilíbrio transmite-se a todos os pontos do líquido.

RESUMO DO CAPÍTULO

1. A massa específica de uma substância é definida como
$$\rho = \frac{m}{V}$$
2. A densidade de um corpo é definida como
$$d = \frac{m}{V}$$
3. Em geral $\rho \geq d$
4. Pressão é uma grandeza física escalar definida como
$$p = \frac{F}{A}$$
5. De acordo com a Lei de Pascal: “ o acréscimo de pressão produzido em um líquido em equilíbrio, transmite-se integralmente a todos os pontos do líquido. “
6. O teorema de Stevin afirma que: “a diferença de pressão entre dois pontos de um fluido é igual ao produto do peso específico do fluido pela diferença de cota (Δh) entre os dois pontos avaliados.
7. O ar exerce uma força sobre as superfícies com as quais tem contato, devido ao contínuo bombardeamento das moléculas que compõem o ar contra tais superfícies.
8. O principio de Arquimedes afirma que: “um objeto que está parcialmente, ou completamente submerso em um fluido, sofrerá uma força de empuxo igual ao peso do fluido que objeto desloca”.

Capítulo 6

Estática dos Corpos



5. Introdução

Considere um apagador colocado em cima da mesa do professor. (figura). Esse apagador estará em equilíbrio, isto é, ele permanecerá parado exatamente onde foi colocado. Se alguém esbarrar na mesa ou esbarrar levemente no próprio apagador, ele muito rapidamente voltará ao equilíbrio e permanecerá parado. Esta é uma situação corriqueira, porém útil para nosso propósito inicial sobre equilíbrio.

Considere agora um colega na quadra equilibrando uma bola de futebol sobre a cabeça. Se alguém esbarrar nesse colega ou bater levemente na bola a situação de equilíbrio será desfeita, a bola certamente cairá. Note que a situação de equilíbrio da bola é diferente da situação de equilíbrio do apagador. A parte da Física que estuda os sistemas sob ação de forças que se equilibram, ou seja, as condições de equilíbrio do objeto, é chamada de Estática.

5.1 Condições de Equilíbrio

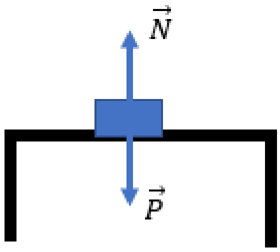
Um corpo estará em equilíbrio quando a soma de todas as forças que atuam sobre ele for nula conforme a 1ª Lei de Newton. O equilíbrio será estático, se o corpo estiver em repouso, e se estiver em movimento retilíneo uniforme o equilíbrio será **dinâmico**.

$$\sum F_n = 0 \rightarrow \begin{cases} \text{Repuso} \\ \text{ou} \\ \text{MRU} \end{cases}$$

Neste capítulo vamos tratar apenas de objetos em **equilíbrio estático**.

Se as dimensões de um corpo em relação a um dado referencial, puderem ser desprezadas, esse corpo pode ser considerado um ponto material. Por exemplo, se estudarmos o movimento de um carro em uma estrada entre duas cidades, as dimensões do carro são desprezíveis, e nesse caso, o carro pode ser considerado um ponto material. Na estática, um corpo é considerado um ponto material se pudermos admitir que as forças que agem sobre ele se cruzem-se em um mesmo ponto.

Considere a situação descrita no começo do capítulo. Um apagador é deixado sobre uma mesa horizontal.



Na figura as duas forças que atuam sobre o objeto, são iguais e opostas. A força normal N é igual à força peso P. Então, a força resultante é nula e consequentemente o objeto estará em equilíbrio.

Exercício Resolvido:

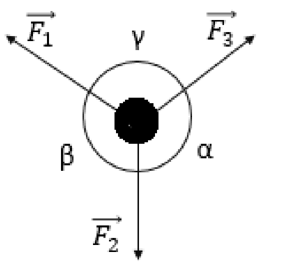


Figura 1: corpo em equilíbrio

A figura a seguir representa um corpo, visto do alto, com três forças sendo aplicadas a ele. Considere $\vec{F_1} = \vec{F_2} = \vec{F_3}$ e ainda $\alpha = \beta = \gamma$. Esse corpo está em equilíbrio?

Resposta: Pela simetria do problema podemos deduzir que sim, o corpo estará em equilíbrio, uma vez que as forças se anularão. Veremos adiante como calcular a força resultante em situações semelhantes.

5.2 Como determinar as forças em situações de equilíbrio

Vamos utilizar dois métodos para determinar as forças sobre um ponto material em situações de equilíbrio.

Método das projeções

Nesse método você escolhe convenientemente dois eixos x e y, e projeta neles as forças que estão atuando no objeto em questão. Em seguida basta impor a condição de que a soma algébrica das projeções dessas forças, devem ser nulas. Ou seja, a soma das forças no eixo x devem se anular, assim como as forças no eixo y.

Na figura a seguir, considere um corpo de peso igual a 100 N preso por dois cabos conectados a duas paredes laterais. O corpo está em equilíbrio na posição mostrada pela figura. Vamos determinas a força de tensão nos dois cabos. Despreze a massa e a distensão dos cabos.

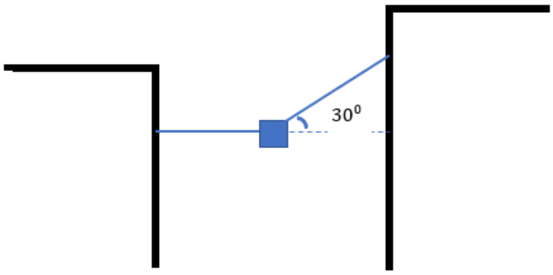


Figura 2: corpo em equilíbrio

Primeiro vamos escolher os eixos x e y de modo mais conveniente. Depois vamos decompor as forças sobre os eixos escolhidos.

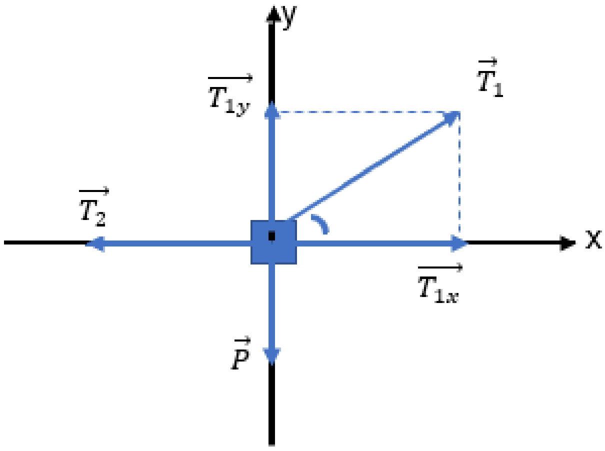


Figura 3: decomposição de forças

Após decompor as forças que atuam no corpo, veja que devemos desconsiderar a força $\vec{T}_1$, uma vez que ela foi decomposta nas componentes $\overrightarrow{T_{1x}}$ e $\overrightarrow{T_{1y}}$. Aplicando então a condição de equilíbrio, teremos:

$T_{1x} = T_2$ e $T_{1y} = P$ mas,

$T_{1x} = T_1 cos30^0$ e $T_{1y} = T_1 sen30^0$ então,

Cálculo de T_1:

$$T_{1y} = T_1 sen30^0$$

$$100 = T_1 . 0{,}5$$

$$\boldsymbol{T_1 = 200N}$$

Cálculo de T_2:

$$\overrightarrow{T_{1x}} = \overrightarrow{T_2}$$

$$T_1 cos30^0 = T_2$$

$$200.0{,}87 = T_2$$

$$\boldsymbol{T_2 = 174N}$$

Método da linha poligonal

Vamos usar a mesma situação anterior do corpo de peso igual a 100N. Nesse método, devemos dispor as forças de maneira que a extremidade de uma força coincida com a origem da força seguinte, formando uma linha poligonal fechada.

Usando a figura 3 com as forças que atuam sobre o corpo, teremos:

P = 100 N

$$sen30^0 = \frac{P}{T_1} \quad I$$

$$cos30^0 = \frac{T_2}{T_1} \quad II$$

De I: $\frac{1}{2} = \frac{100}{T_1}$ Logo: $\boldsymbol{T_1 = 200N}$

De II: $0{,}87 = \frac{T_2}{200}$ Logo: $\boldsymbol{T_2 = 174N}$

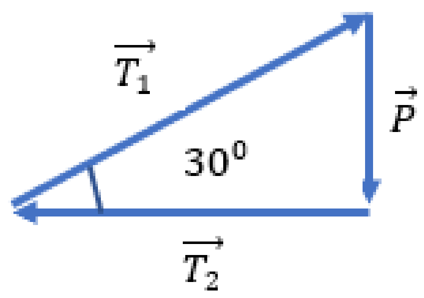


Figura 4: linha poligonal fechada

5.3 Momento de uma força

Ao empurrar ou puxar uma porta para abrir ou fechar você já deve ter percebido que precisa fazer menos força quando empurra ou puxa, aplicando a força no lado oposto às dobradiças, isto é, na maçaneta da porta. A porta gira nas dobradiças, ou seja, ali é o eixo de rotação da porta.

Para fazer uma porta girar, quanto mais afastado do eixo de rotação a força for aplicada, maior será o efeito de rotação. Na Física, existe uma grandeza relacionada com esse efeito de giro quando uma é aplicada. Essa grandeza é chamada **momento de uma força**, ou **torque.**

Quando aplicamos uma força **F** em um corpo rígido, este tenderá a girar em relação a um eixo fixo O. O momento **M** de uma força **F**, em relação a um eixo O é a grandeza vetorial, cuja intensidade é definida como:

$$M = F.d$$

Onde: F é a intensidade da força aplicada.

d é a distância do eixo de rotação ao ponto de aplicação da força.

Se a força aplicada for perpendicular à linha da distância d, ao eixo de rotação, então, podemos escrever simplesmente

$$M = F.d$$

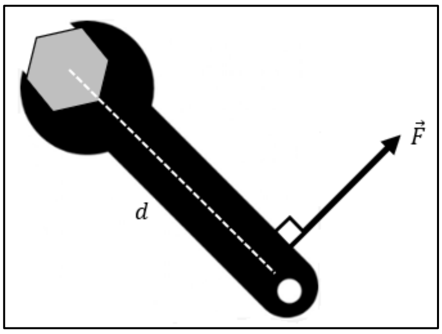
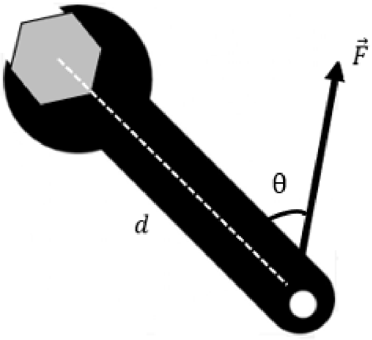


Figura 6: força segundo um ângulo qualquer

Se a força aplicada não por perpendicular à linha da distância ao eixo, escrevemos a forma geral:



$$M = F.d.sen\theta$$

onde θ é o menor ângulo formado entre F e d.

Note que se $\theta = 90^0$ teremos simplesmente $M = F.d$. Se $\theta = 0^0$, teremos M = 0 (não haverá rotação).

Por convenção, vamos adotar o sinal positivo quando a tendência da rotação for no sentido anti-horário e sinal negativo quando a tendência da rotação for no sentido horário. No S.I. a unidade de medida do momento de uma força é o N.m (newton x metro).

5.4 Momento do binário

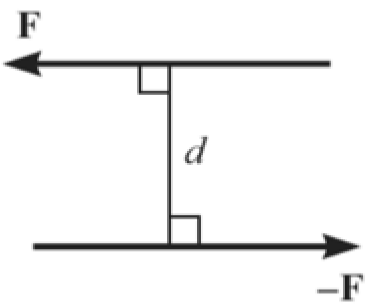


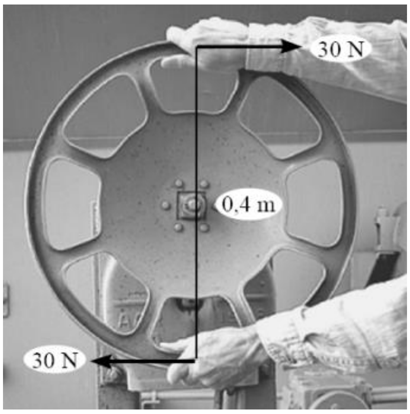
Figura 7 : binário

Um binário é um conjunto formado por duas forças paralelas que tem a mesma intensidade, mesma direção, porém sentidos opostos. Essas forças são separadas por uma distância perpendicular d, conhecida como braço do binário.

A intensidade do momento de um binário é dada por: $\mathrm{M} = \mathrm{F.d}$

onde F é a intensidade de uma das forças e d, conforme mostra a figura, é a distância entre a linha de ação dessas forças.

Exercício Resolvido:



Observe a figura ao lado. As forças aplicadas são iguais e opostas com intensidade de 30 N e a distância entre a linha de ação dessas forças é de 0,4m. Determine o momento do binário.

Nesse caso:

$$M = F.d = 30.0{,}4$$

$$M = 12\ N.m$$

5.5 Condições de equilíbrio de um corpo extenso

Vimos no começo desse capítulo que para um ponto material, a condição de equilíbrio é que a somas das forças que atuam sobre ele seja nula. Vamos considerar agora a situação onde as dimensões do corpo não podem ser desprezadas. Nesse caso veremos as condições para que um corpo extenso esteja em equilíbrio. Consideraremos também que o corpo não pode ser deformado, isto é, trataremos de um corpo extenso e rígido.

Antes de analisar o equilíbrio de corpos extensos é necessário definir uma grandeza física chamada **centro de massa** (CM). O centro de massa é o ponto em um corpo onde podemos considerar toda massa concentrada.

Quando um corpo é homogêneo e apresentar uma simetria (um eixo ou um plano), seu centro de massa estará nesse eixo ou plano. Veja as figuras abaixo:

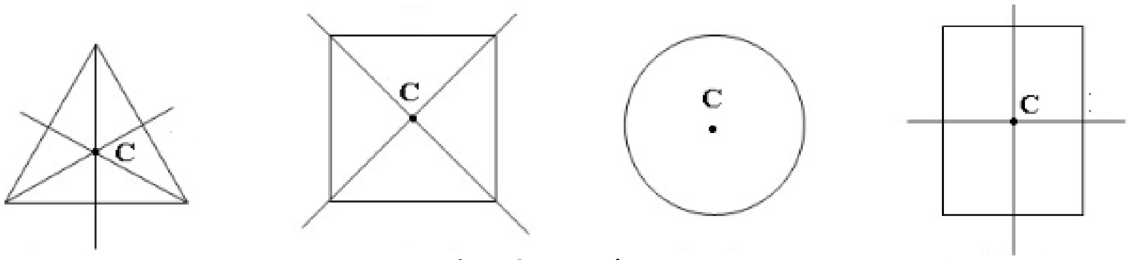


Figura 8: centro de massa

Se um corpo extenso estiver em um campo gravitacional uniforme, então seu centro de massa coincidirá com o seu **centro de gravidade** (CG). O centro de gravidade é o ponto onde a força peso é aplicada em um copo.

Condições de equilíbrio

I – A soma vetorial das forças que atuam sobre o corpo extenso deve ser nula.

$$\sum \overrightarrow{F_n} = 0$$

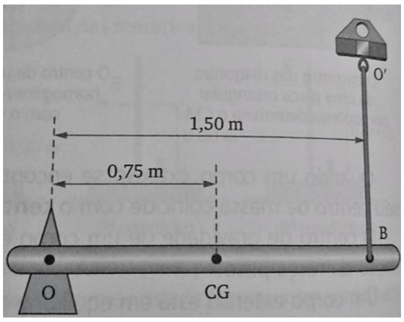
II – A soma algébrica dos momentos de forças que atuam sobre o corpo extenso, em relação a um eixo ou ponto O qualquer deve ser nula.

$$\sum M_n = 0$$

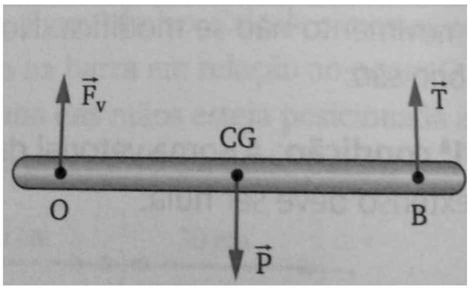
A primeira condição impede a translação com aceleração e a segunda condição impede a rotação.

Exercício Resolvido:

Considere a barra na figura a seguir, homogênea com uma articulação no ponto O (eixo). Essa barra é presa por meio de um cabo no ponto O' e permanece em equilíbrio. O Peso da barra é de 100N. Determine a intensidade da força de tração no fio e a força exercida pela articulação sobre a barra.



Resolução:



Como a barra é homogênea podemos dizer que o peso está aplicado no seu centro de gravidade. Então representando as forças sobre a barra, temos:

Para que não ocorra rotação:

$$M_P + M_T + F_V = 0$$

$$-P.0,75 + T.1,50 + F_V.0 = 0$$

$$T = 50N$$

Para que não ocorra translação a soma vetorial das forças aplicadas na barra deve ser zero:

$$F_V + T - P = 0$$

$$F_V + 50 - 100 = 0 \rightarrow F_V = 50N$$

5.6 Alavancas

Chave de roda, alicate, tesoura, abridor de garrafa, martelo, pinça, são inúmeras as utilidades das alavancas no cotidiano. Diz a tradição que a mais de dois mil anos Arquimedes já teria dito “Dê-me uma alavanca e um ponto de apoio e eu moverei o mundo”.

Classificamos os tipos de alavancas de acordo com o ponto de aplicação da força sobre ela e o ponto de apoio:

Alavanca interfixa: o ponto de apoio está localizado entre a força potente e a força resistente.

Uma tesoura é um exemplo desse tipo de alavanca.

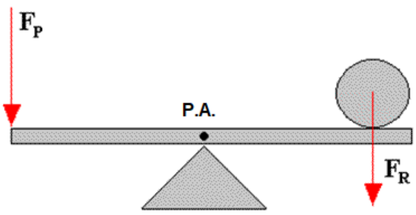


Figura 9: alavanca interfixa

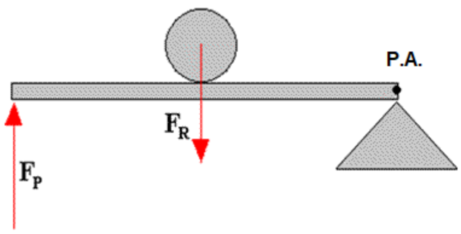


Figura 10: alavanca inter-resistente

Alavanca inter-resistente: a força resistente está situada entre o ponto de apoio e a força potente.

Um abridor de garrafa é um exemplo desse tipo de alavanca.

Alavanca interpotente: a força potente está localizada entre o ponto de apoio e força resistente.

Uma pá é um exemplo desse tipo de alavanca.

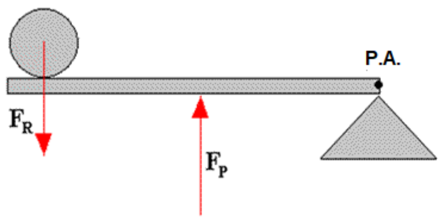


Figura 11: alavanca interpotente

5.7 Tipos de equilíbrio

Um lápis em cima de uma escrivaninha, uma bola de futebol em cima de uma mesa, um equilibrista andando em um cabo esticado, uma pessoa andando de bicicleta. Podemos observar à nossa volta, vários objetos em equilíbrio.

Um corpo qualquer, apoiado sobre uma superfície, pode estar em três tipos de equilíbrio:

I – Equilíbrio Estável – ocorre quando um corpo que, ao ser afastado ligeiramente de sua posição de equilíbrio, tende a voltar à sua posição inicial. Exemplo: a massa de um pêndulo.

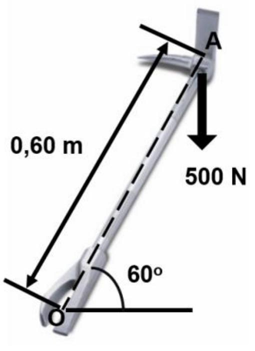
II – Equilíbrio Instável – ocorre quando um corpo que, ao ser afastado de sua posição de equilíbrio, tende a se afastar ainda mais de sua posição inicial. Exemplo: uma bola de futebol sendo equilibrada na cabeça de uma pessoa.

III – Equilíbrio Indiferente – ocorre quando um corpo que, ao ser afastado de sua posição de equilíbrio, tende a continuar em equilíbrio na nova posição em que foi colocado. Exemplo: uma bola apoiada sobre a superfície de uma quadra de esportes.

Exemplo Resolvido:

Uma força de 500 N atua na extremidade de uma alavanca de 60 cm, de acordo com a figura abaixo. Determine o momento da força em relação a O.

Solução:



$$M_o = F \cdot d \cdot \sin\theta$$

Temos que:

$$d_\perp = d \cdot \sin\theta = (0{,}60) \cdot \sin 30^o = 0{,}30\ m$$

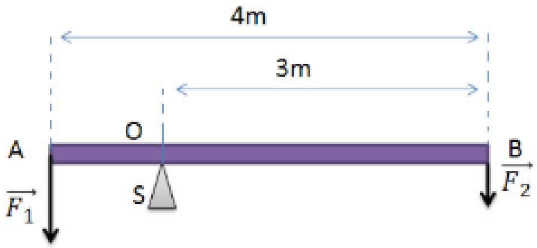
Portanto

$$M_o = (500\ N) \cdot (0{,}30\ m) = 150\ N \cdot m$$

5.8 Exercícios

Questão 1

Na figura temos uma barra homogênea AB de peso 80 N, que está em equilíbrio sob ação das forças $\overrightarrow{F_1}$ e $\overrightarrow{F_2}$ e , apoiadas no suporte S, no ponto O.



Sendo $\overrightarrow{F_1}$ = 200 N, qual será a intensidade de $\overrightarrow{F_2}$ e da força normal exercida pelo suporte S sobre a barra?

(a) 40 N e 320 N

(b) 60 N e 320 N

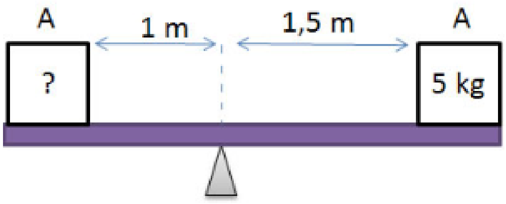
(c) 40 N e 200 N

(d) 50 N e 200 N

(e) 200 N e 40 N

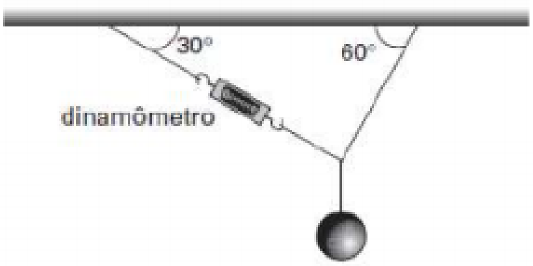
Questão 2

Na figura ao lado, os dois blocos, A e B, estão em equilíbrio. Calcule a massa do bloco A, sabendo que a massa do bloco B é 5 kg. Considere $g = 10\, m/s^2$.



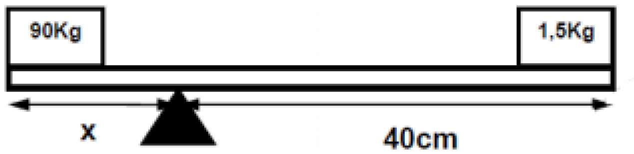
Questão 3

(Unesp-2010) Um professor de física pendurou uma pequena esfera, pelo seu centro de gravidade, ao teto da sala de aula, conforme ao lado: Em um dos fios que sustentava a esfera ele acoplou um dinamômetro e verificou que, com o sistema em equilíbrio, ele marcava 10N. Calcule o peso, em newtons, da esfera pendurada.



Questão 4

(PUC-MG)Uma barra de peso desprezível está em equilíbrio na posição horizontal, conforme o esquema a seguir. As massas de 90 kg e 1,5 Kg se encontram em sua extremidade, sendo que o ponto de apoio está a 40 cm da extremidade direita. Qual o valor da distância “x”, do apoio até a extremidade esquerda, para manter a barra em equilíbrio?



(a) 240cm.

(b) 120cm.

(c) 1,5cm.

(d) 2/3cm.

Questão 5

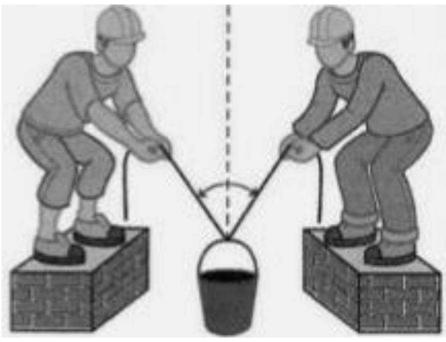
(PUC-RS) Dois operários suspendem um balde por meio de cordas, conforme mostra o esquema a seguir.

Dados:

$\text{sen } 30^0 = \cos \ 60^0 = \frac{1}{2}$

$\text{sen } 60^0 = \cos \ 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Sabe-se que o balde, com seu conteúdo, tem peso 50N, e que o ângulo formado entre as partes da corda no ponto de suspensão é 60o. A corda pode ser considerada como ideal (inextensível e de massa desprezível).



Quando o balde está suspenso no ar, em equilíbrio, a força exercida por um operário, medida em newtons, vale:

(a) 50

(b) 25

(c) $50/\sqrt{3}$

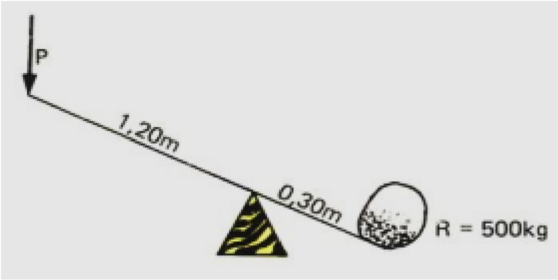
(d) $25/\sqrt{2}$

(e) 0,0

Questão 6

Para levantar 500Kg, emprega-se uma alavanca de 1,50m. O ponto de aplicação e o ponto de apoio distante 0,30m.

Qual a força que se deve aplicar na extremidade da alavanca para erguer a pedra?



Questão 7

(UFRGS) Na figura, o segmento AB representa uma barra homogênea, de 1m de comprimento, que é mantida em equilíbrio mecânico na posição horizontal. A barra está apoiada num ponto a 25 cm da extremidade A, e o módulo da força F, aplicada na extremidade B, é 2 N. Qual é o peso da barra?

(a) 0,66N

(b) 1N

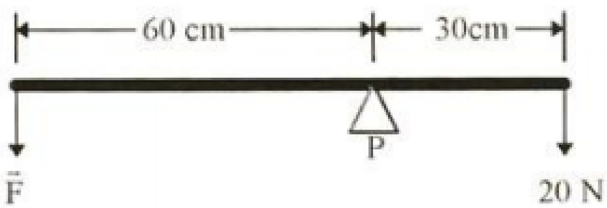
(c) 4N

(d) 6N

(e) 8N

Questão 8

(UFRGS) A barra da figura é um corpo rígido de peso desprezível, apoiada no ponto P. Qual o módulo da força F que mantém a barra em equilíbrio mecânico na posição horizontal?



(a) 10 N

(b) 20 N

(c) 30 N

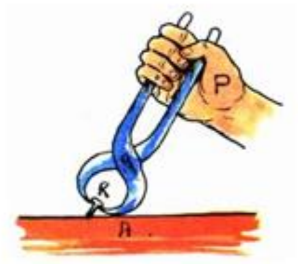
(d) 40 N

(e) 60 N

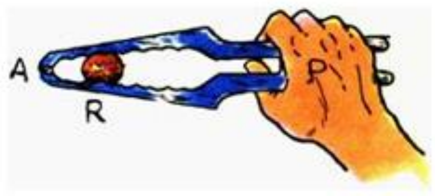
Questão 9

Identifique os tipos de alavancas apresentadas abaixo:

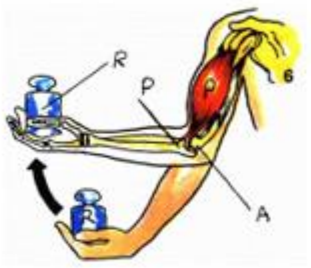
(a)



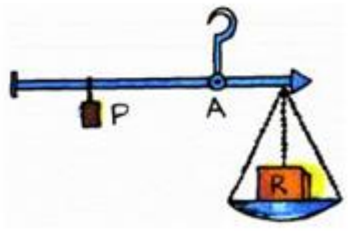
(b)



(c)



(d)



Caça Palavras

Encontrem na sopa de letras as palavras solicitadas:

Estática dos Corpos

H	E	N	Y	E	F	D	L	P	M	G	J	V	S	Y	Q	G
E	S	T	Á	T	I	C	O	N	O	E	Q	I	Z	A	Q	E
O	Q	Y	G	P	E	H	I	D	E	N	T	A	X	K	Z	Y
G	K	U	W	A	R	R	N	D	L	X	T	S	H	H	L	R
M	Y	G	I	F	W	U	I	O	J	Q	A	O	I	X	V	Y
M	L	E	I	L	O	O	X	L	I	S	E	R	A	E	Y	J
U	H	I	M	Q	Í	L	H	D	N	Z	M	Í	E	A	Q	F
C	W	J	P	L	S	B	O	A	W	U	A	G	M	O	F	E
U	O	L	L	P	I	E	R	Q	Y	N	A	I	E	Y	G	D
H	B	R	Q	P	U	M	E	I	C	I	A	D	G	L	U	F
Q	O	Y	P	P	M	V	Y	Y	O	H	M	O	W	E	O	A
Y	F	E	A	O	O	B	R	I	I	P	R	S	X	O	O	L
N	A	X	E	H	S	T	D	I	J	E	Y	Y	X	W	E	S
M	A	T	E	R	I	A	L	I	I	C	O	U	F	K	B	P
K	A	Y	J	R	X	W	E	X	O	X	A	R	O	O	J	U
Q	E	E	B	A	C	M	I	E	B	Z	M	M	T	W	B	T
J	W	K	O	D	K	X	Z	E	O	R	C	F	E	J	X	I

Ponto
Corpos
Material
Estático
Rígidos
Equilíbrio

APÊNDICE A – PRODUTO EDUCACIONAL

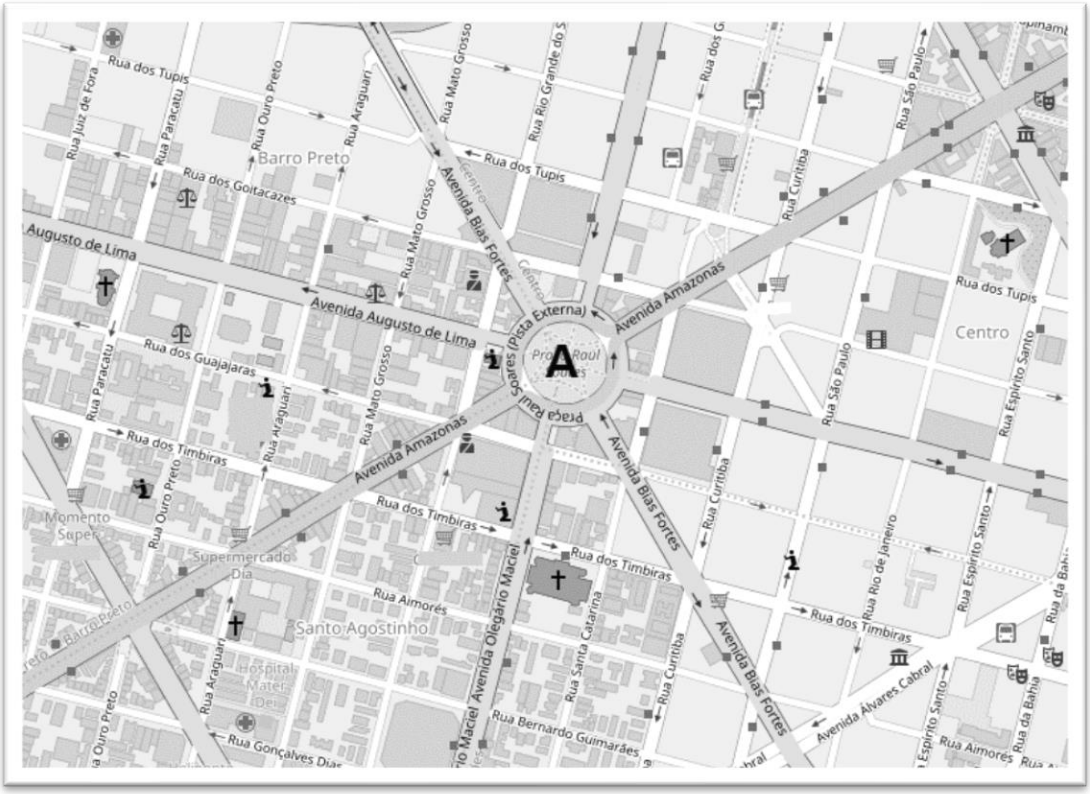
ATIVIDADE 1

Deslocamento partindo da Praça.

NOME:

TURMA: **DATA**:

Partindo do ponto A, no centro da praça, siga as instruções a seguir.



Passo 1- saindo do centro da praça, **desloque** 3 quarteirões (note que somente com essa instrução os estudantes podem seguir por avenidas/ruas diferentes para deslocar os 3 quarteirões. Com certeza eles questionarão isso, mas a instrução é somente essa).

Passo 2 – vire à direita e **desloque** mais 2 quarteirões. (o número de instruções pode ser maior para diversificar mais o resultado)

Passo 3 – vire à esquerda e desloque mais 3 quarteirões.

Passo 4 – vire novamente à direita e desloque 1 quarteirão.

Passo 5 – marque no mapa onde você chegou.

A – Compare com o deslocamento de seus colegas e responda. Por que nem todos chegaram no mesmo ponto?

B – Se todos os quarteirões forem do mesmo tamanho, todos terão percorrido a mesma distância, porém chegarão em pontos diferentes.

C - Que mudanças você sugere para que, individualmente seguindo instruções, todos cheguem no mesmo ponto?

APÊNDICE B

ATIVIDADE 2
NOME:
TURMA: **DATA**:

Dados
$G = 6{,}67\ x\ 10^{-11}\ N.m^2/kg^2$
$M_{Terra} = 5{,}97\ x\ 10^{24} kg$
$M_{Lua} = 7{,}34\ x\ 10^{22} kg$
$R_{raio\ Terra} = 6378\ km$
$R_{raio\ Terra} = 6378\ km$
$h_{ISS} = 400\ km$

1 – Determine a intensidade do campo gravitacional (g), a 10 metros de altura e em seguida a 100 metros de altura. Compare os resultados.

----

2 – Determine o valor do campo gravitacional (g), na Estação Espacial Internacional (ISS). Compare com o valor calculado próximo à superfície da Terra.

-- --
3 – Determine a força de atração gravitacional entre a Terra e a Lua. -- -- -- -- --
4 – Determine a força de atração gravitacional entre dois colegas da sala de aula, separados por um metro de distância. -- -- -- -- --

.

APÊNDICE C

ATIVIDADE 3	
NOME:	
TURMA:	**DATA**:
1 – Desenhe as linhas de força em volta de uma carga positiva e outra negativa. O que essas linhas representam?	

2 – Usando a expressão da lei de Coulomb, determine a intensidade da força elétrica entre duas cargas positivas de $2{,}0\mu C$ cada, separadas por uma distância de 2 cm.
3 – A força entre duas cargas elétricas e a força entre dois corpos celestes tem a forma parecida. Quais as semelhanças e diferenças entre elas que você pode apontar?
4 – Determine as características (módulo, direção e sentido) do campo elétrico criado por uma carga Q de $5\mu C$.
5 – Quais as características de um campo elétrico uniforme?

APÊNDICE D

QUESTIONÁRIO: POTENCIAL ELÉTRICO

NOME:

NOME:

TURMA: **DATA**:

1 –De acordo com a definição, como o ângulo entre a força (F) e o deslocamento (d) afeta o resultado do cálculo do trabalho realizado pela força F.

2 – Se a força for constante, como podemos calcular o trabalho realizado?

3 – Por que a força gravitacional é uma força conservativa?

4 – Por que é mais importante conhecer a diferença de potencial entre dois pontos e não o potencial em um ponto?

-- -- -- -- -- -- -- --
5 – Diga com suas palavras o conceito de potencial elétrico. -- -- -- -- --

APÊNDICE E

QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO INICIAL: CAMPO GRAVITACIONAL		
NOME:		
TURMA:	**IDADE**:	**DATA**:
1 – Diga com suas palavras, o que é força. --- --- --- --- ---		
2 – Um corpo pode exercer força sobre outro sem ambos entrarem em contato? ( ) sim ( ) não ( ) não sei dizer		
3 – Você conhece o conceito de “campo”, na Física? ( ) Sim ( ) Não ( ) Já ouvi falar ( ) Nunca ouvi falar		
4 – Você saberia explicar o que é campo gravitacional? ( ) sim ( ) não ( ) não tenho certeza		
5 – Você acha que o conceito de campo gravitacional faz parte do seu cotidiano? ( ) sim ( ) não		

(   ) não sei dizer
6 – Você conhece o conceito de força de campo? (   ) sim (   ) não (   ) já ouvi falar

APÊNDICE F

QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO INICIAL: VETORES		
NOME:		
TURMA:	**IDADE**:	**DATA**:
1 – Você sabe o que é vetor? ( ) sim ( ) não ( ) já ouvi falar.		
2 – O que é uma grandeza física? -- -- -- -- --		
3 – O que é uma grandeza escalar?		

--- --- --- ---
4 – Você considera que vetores e grandeza vetorial fazem parte do seu cotidiano? (   ) sim (   ) não (   ) não sei dizer
5 – Quais as dificuldades principais no 1º ano do Ensino Médio? -- -- --- --- --- ---

APÊNDICE G

QUESTIONÁRIO: POTENCIAL ELÉTRICO	
NOME: **NOME:**	
TURMA:	**DATA**:
1 –De acordo com a definição, como o ângulo entre a força (F) e o deslocamento (d) afeta o resultado do cálculo do trabalho realizado pela força F.	

2 – Se a força for constante, como podemos calcular o trabalho realizado?

3 – Por que a força gravitacional é uma força conservativa?

4 – Por que é mais importante conhecer a diferença de potencial entre dois pontos e não o potencial em um ponto?

5 – Diga com suas palavras o conceito de potencial elétrico.

APÊNDICE H

QUESTIONÁRIO FINAL: AVALIAÇÃO	
NOME:	
TURMA:	**DATA**:
1 – O que são grandezas vetoriais? Dê um exemplo e explique-o.	
2 – Explique com suas palavras a lei dos cossenos. Dê um exemplo.	

3 – Explique com suas palavras a diferença entre força de contato e força de campo. Dê um exemplo de cada.

4 – Com suas palavras, defina “campo” do ponto de vista da Física.

5 – Quais as diferenças entre campo gravitacional e campo elétrico? Explique com suas palavras.

-- -- -- -- --
6 – Por que é mais importante conhecer a diferença de potencial entre dois pontos e não o potencial em um ponto? -- -- -- -- -- -- -- ---
7 – Com suas palavras, qual o conceito de diferença de potencial elétrico.? -- -- -- -- -

7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAGÃO, R.M.R. de. A teoria da aprendizagem significativa de David P. Ausubel. Tese de Doutorado – Unicamp.1976.

AUSUBEL, D.P.; Novak, J.D. e Hanesian H. Psicologia Educacional. Rio de Janeiro, interamericano, 1980.

AUSUBEL, D. P. Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

AUSUBEL, D. P. Teoria da Aprendizagem Significativa: Ausubel Disponível em: Disponível em: 10 jun. 2018.

FALKEMBACH, G.A.M. Concepção e desenvolvimento de material educativo digital. Novas tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, v.3, nº 1,2005, 1-16.

HANESIAN, H.; NOVAK, J.; AUSUBEL, D.P. Psicologia Educacional. Tradução Eva Nick e outros. Editora Interamericana, RJ, 1980.

Moreira, Marco Antônio. Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

MOREIRA, M.A.; MASINI. E.F.S. Aprendizagem Significativa - A Teoria De David Ausubel. Editora Centauro, 2006.

PIMENTEL, J. R. Livros didáticos de Ciências: a Física e alguns problemas. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, Florianópolis, v.15, n.3, p.308-318, ago. 2006. Acesso em: 28 de abr. 2011.

GUALTER J. B.; NEWTON V. B.; RICARDO H. D. Física 1. 2 ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

KAZUHITO YAMAMOTO, LUIZ FELIPE FUKE. Física para o Ensino Médio1. 3 ed. São Paulo: Saraiva.2013.

KAZUHITO YAMAMOTO, LUIZ FELIPE FUKE. Física para o Ensino Médio3. 3 ed. São Paulo: Saraiva.2013.

Física: Mecânica, 1º ano. – 3 ed. – São Paulo: FTD, 2016. – (Coleção Física).

PINHEIRO, CESAR ROBERTO. Teoria da Aprendizagem Significativa de David Paul Ausubel. 2016. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Kaz5PTY0CF0. Acesso em: 03 nov. 2018.